

# Određivanje točnosti iskolčenja detaljnih točaka polarnom metodom

---

Štefulić, Daniel

Master's thesis / Diplomski rad

2024

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Geodesy / Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:256:076107>

*Rights / Prava:* [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-01**



*Repository / Repozitorij:*

[repozitorij.geof.unizg.hr/en](https://repozitorij.geof.unizg.hr/en)



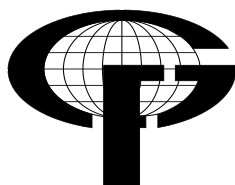
SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
GEODETSKI FAKULTET



Daniel Štefulić

**Određivanje točnosti iskolčenja detaljnih točaka  
polarnom metodom**

Diplomski rad



Zagreb, 2024.

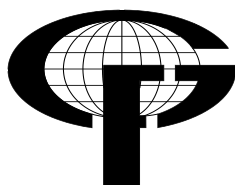
UNIVERSITY OF ZAGREB  
FACULTY OF GEODESY



Daniel Štefulić

# **Determining the polar method stakeout accuracy of detail points**

Diploma Thesis



Zagreb, 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

GEODETSKI FAKULTET



Na temelju članka 19. Etičkog kodeksa Sveučilišta u Zagrebu i Odluke br.: 1\_349\_11 Fakultetskog vijeća Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, od 26. 10. 2017. godine (klasa: 643-03/16-07/03), uređena je obaveza davanja „Izjave o izvornosti“ diplomskog rada / specijalističkog rada / doktorskog rada koji se vrednuju na diplomskom studiju, specijalističkom studiju i poslijediplomskom doktorskom studiju geodezije i geoinformatike, a u svrhu potvrđivanja da je rad izvorni rezultat rada studenta te da taj rad ne sadržava druge izvore osim onih koji su u njima navedeni.

## IZJAVLJUJEM

Ja, Daniel Štefulić, (JMBAG: 0007182029), rođen dana 18.04.1999., u Zadru, izjavljujem da je moj diplomski rad izvorni rezultat mog rada te da se u izradi tog rada nisam koristio drugim izvorima osim onih koji su u njemu navedeni.

Datum:

Ime i prezime:

---

---

*Zahvaljujem se svim profesorima, asistentima i osoblju koji su me podučavali na fakultetu svojim znanjem i iskustvom.*

*Zahvaljujem se svojoj obitelji i prijateljima na podršci, razumijevanju i ohrabrenjima za vrijeme mog akademskog obrazovanja.*

*Ponajviše se zahvaljujem svojim mentorima prof. dr. sc. Đuri Barkoviću i dr. sc. Sergeju Baričeviću te isto tako voditelju asistentu Ivanu Ljubičiću, mag. ing. geod. et geoinf. na pomoći i konzultacijama radi potrebe usavršavanja ovog diplomskog rada.*

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

GEODETSKI FAKULTET

ZAVOD ZA PRIMIJENJENU GEODEZIJU

STUDENT: Daniel Štefulić

## **ZADATAK ZA DIPLOMSKI RAD**

U diplomskom radu potrebno je geodetskom izmjerom prikupiti podatke na terenu, iskolčiti detaljne točke primjenom polarne metode, položaj tih točaka odrediti primjenom metode presjeka naprijed te na kraju odrediti točnost iskolčenja detaljnih točaka polarnom metodom.

U tu svrhu potrebno je sljedeće:

- opisati teorijsku osnovu metoda određivanja koordinata te iskolčenja točaka,
- dati pregled korištenog instrumentarija i pribora,
- opisati postupak terenske izmjere, uspostaviti i izmjeriti geodetski četverokut, iskolčiti točke na terenu te izmjeriti položaj tih točaka metodom vanjskih pravaca,
- provesti izjednačenje mreže i odrediti koordinate detaljnih točaka,
- obraditi i analizirati podatke mjerenja,
- prezentirati rezultate.

U Zagrebu, 26. veljače 2024. godine

Mentor:

prof. dr. sc. Đuro Barković

|                                                                 |                                                                                          |
|-----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>I. AUTOR</b>                                                 |                                                                                          |
|                                                                 |                                                                                          |
| <b>Ime i prezime:</b>                                           | Daniel Štefulić                                                                          |
| <b>Datum i mjesto rođenja:</b>                                  | 18. 4. 1999., Zadar, Republika Hrvatska                                                  |
|                                                                 |                                                                                          |
| <b>II. DIPLOMSKI RAD</b>                                        |                                                                                          |
|                                                                 |                                                                                          |
| <b>Naslov:</b>                                                  | Određivanje točnosti iskolčenja detaljnih točaka polarnom metodom                        |
| <b>Mentor:</b>                                                  | prof. dr. sc. Đuro Barković                                                              |
| <b>Drugi mentor:</b>                                            | dr. sc. Sergej Baričević, mag. ing. geod. et geoinf.                                     |
| <b>Voditelj:</b>                                                | Ivan Ljubičić, mag. ing. geod. et geoinf.                                                |
|                                                                 |                                                                                          |
| <b>III. OCJENA I OBRANA</b>                                     |                                                                                          |
|                                                                 |                                                                                          |
| <b>Datum zadavanja zadatka:</b>                                 | 26. 02. 2024.                                                                            |
| <b>Datum obrane:</b>                                            | 20. 09. 2024.                                                                            |
| <b>Sastav povjerenstva pred kojim je branjen diplomski rad:</b> | prof. dr. sc. Đuro Barković<br>prof. dr. sc. Mladen Zrinjski<br>dr. sc. Sergej Baričević |

## ***Određivanje točnosti iskolčenja detaljnih točaka polarnom metodom***

**SAŽETAK:** U ovom diplomskom radu provedeno je određivanje točnosti iskolčenja detaljnih točaka primjenom polarne metode. Na terenu se primjenjuje metoda zatvaranja geodetskog četverokuta te određivanje položaja detaljnih točaka metodom presjeka naprijed (vanjskih orijentiranih pravaca). Ta usporedba bila je provedena na Savskom nasipu u području Prisavlja. Za početak bilo je potrebno obaviti rekognosciranje terena radi pronalaženja postojećih trajno stabiliziranih geodetskih točaka te odabrati najpovoljniji položaj za novu geodetsku točku. Potom je trebalo utvrditi plan mjerenja na temelju kojeg bi se obavila terenska izmjera. U sklopu terenske izmjere ulazi uspostava referentne mreže u obliku geodetskog četverokuta, sa kojih se mjere pravci i duljine. Podaci izmjere referentne mreže se prvo približno izjednače, a onda se primjenom metode najmanjih kvadrata provede stroga izjednačenja. Ta se izjednačenja provode u programu Microsoft Office Excel primjenom algoritma singularnih izjednačenja posrednih mjerenja. Zatim se sa geodetskih točaka referentne mreže provodi iskolčenje detaljnih točaka na terenu te se sa svakog stajališta utvrđuje njihov položaj primjenom metode presjeka naprijed. Za izmjeru je korištena mjerna stanica Leica TC 2003, četiri stativa, četiri podnožne ploče i tri prizme. Radi potrebe provedene terenske izmjere, slijedila je računska obrada prikupljenih podataka mjerenja u programu Microsoft Office Excel. Prvo su bila provedena približna izjednačenja podataka, potom su se, algoritmom regularnih izjednačenja posrednih mjerenja, provela stroga izjednačenja. Time su određene najvjerojatnije vrijednosti nepoznanica (koordinate detaljnih točaka) i mjerenja (pravci i duljine) s pripadajućim ocjenama točnosti.

**Ključne riječi:** geodetska točka, geodetska mreža, iskolčenje, presjek naprijed, metoda najmanjih kvadrata

## ***Determining the polar method stakeout accuracy of detail points***

**ABSTRACT:** In this diploma thesis determining the stakeout accuracy of position points using the polar method was done. On the field is used the method of closing the geodetic quadrangle and defining the position of detail points using the method of forward intersection (externally oriented directions). That comparison was done on Sava enbankment in Prisavlje area. First it was necessary to reconnoiter the field in order to find previously existing permanently stabilized geodetic points and then choose the most favorable position for the new geodetic point. Then it

*was necessary to determine the measurement plan for which the field survey would be conducted. Within the field survey comes the establishment of the referent network shaped like a geodetic quadrangle, from which directions and lengths are measured. The data of measuring the referent network are initially equalized approximately, then, using the method of least squares, the strict equalizations are conducted. Those equalizations are done in the program Microsoft Office Excel using the algorithm of singular equalization of indirect measurements. After that, from the geodetic points of referent network, stakeout of detailed points is performed on the field and then their positions, from each standing point, are being determined using the method of forward intersection. For measuring purposes was used measuring station Leica TC 2003, four tripods, four base plates and three prisms. For the needs of conducted field survey, computer processing of gathered measuring data followed in the program Microsoft Office Excel. First the approximate equalizations of data was conducted, then, using the algorithm of regular equalizations of indirect measurements, the strict equalizations was performed. Based on the equalizations, the most probable values of unknowns (coordinates of detailed points) and measurements (directions and lengths) with the corresponding estimates of accuracy were determined.*

**Keywords:** *geodetic point, geodetic network, stakeout, forward intersection, method of least squares*

# S A D R Ź A J

|                                                                                   |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1. UVOD .....</b>                                                              | <b>1</b>  |
| <b>2. GEODETSKA OSNOVA.....</b>                                                   | <b>2</b>  |
| 2.1. USPOSTAVA GEODETSKE OSNOVE.....                                              | 3         |
| <b>3. METODE ISKOLČENJA TOČAKA.....</b>                                           | <b>5</b>  |
| 3.1. ELEMENTI ISKOLČENJA.....                                                     | 5         |
| 3.1.1. Iskolčenje točke polarnom metodom .....                                    | 6         |
| 3.1.2. Iskolčenja točke presjekom linija.....                                     | 7         |
| 3.1.3. Iskolčenje točke sa slobodnog stajališta.....                              | 7         |
| 3.1.4. GNSS RTK metoda iskolčenja točaka .....                                    | 8         |
| 3.2. HORIZONTALNA ISKOLČENJA .....                                                | 9         |
| 3.2.1. Iskolčenje pravaca .....                                                   | 10        |
| 3.2.2. Iskolčenje lukova.....                                                     | 10        |
| 3.2.3. Iskolčenje horizontalnog kuta .....                                        | 10        |
| 3.2.4. Iskolčenje duljine .....                                                   | 11        |
| 3.3. VISINSKA ISKOLČENJA.....                                                     | 12        |
| 3.4. ISKOLČENJE PO PRAVILNIKU ZA KATASTAR .....                                   | 13        |
| <b>4. GEODETSKE METODE ODREĐIVANJA KOORDINATA TOČAKA .....</b>                    | <b>15</b> |
| 4.1. TAHIMETRIJA .....                                                            | 16        |
| 4.2. GNSS.....                                                                    | 17        |
| <b>5. METODE ODREĐIVANJA KOORDINATA DETALJNIH TOČAKA.....</b>                     | <b>21</b> |
| 5.1. PRESIJECANJE VANJSKIH VIZURA (PRESJEK NAPRIJED) .....                        | 21        |
| 5.1.1. Određivanje koordinata točaka vanjskim presijecanjem trigonometrijski..... | 23        |
| 5.1.2. Određivanje koordinata točaka vanjskim presijecanjem analitički.....       | 25        |
| 5.2. POSTUPAK IZJEDNAČENJA .....                                                  | 27        |
| 5.2.1. Izjednačenje posrednih mjerenja .....                                      | 28        |
| 5.2.2. Izjednačenje mreže .....                                                   | 31        |
| 5.2.3. Izjednačenje vanjskih pravaca.....                                         | 34        |
| 5.3. TOČNOST PRESIJECANJA .....                                                   | 36        |
| 5.3.1. Točnost presijecanja po Mihailoviću .....                                  | 36        |
| 5.3.2. Točnost presijecanja po Čubraniću .....                                    | 38        |
| <b>6. PRAKTIČNI DIO.....</b>                                                      | <b>39</b> |

---

|                                                              |           |
|--------------------------------------------------------------|-----------|
| 6.1. KORIŠTENI INSTRUMENTARIJ .....                          | 39        |
| 6.2. TERENSKA IZMJERA .....                                  | 40        |
| 6.3. USPOSTAVA MREŽE .....                                   | 43        |
| <b>7. OBRADA I IZJEDNAČENJE PODATAKA.....</b>                | <b>44</b> |
| 7.1. IZJEDNAČENJE GEODETSKE MREŽE .....                      | 44        |
| 7.2. PRIBLIŽNO IZJEDNAČENJE KOORDINATA DETALJNIH TOČAKA..... | 50        |
| 7.3. STROGO IZJEDNAČENJE KOORDINATA DETALJNIH TOČAKA.....    | 51        |
| <b>8. ZAKLJUČAK .....</b>                                    | <b>58</b> |
| <b>LITERATURA .....</b>                                      | <b>59</b> |
| <b>POPIS SLIKA .....</b>                                     | <b>62</b> |
| <b>POPIS TABLICA .....</b>                                   | <b>63</b> |

## 1. UVOD

Iskolčenje je jedna od osnovnih aktivnosti u sklopu geodezije te je danas nezamislivo provoditi bilo kakve geodetske projekte ili zadaće bez provođenja iskolčenja. Primjenjuje se za potrebe niskogradnje u svrhu projektiranja trasa, prometnica, tunela, mostova i geodetskih mreža posebnih namjena; u visokogradnji za potrebe industrijske geodezije te za potrebe katastra zbog utvrđivanja granica međa između posjednika pojedinih čestica.

Još u antička vremena bilo je evidentirano to da su se iskolčenja provodila jer bez njih, brojne građevine iz starog vijeka ne bi trajale dugo. Najbolji primjer iskolčenja u antičko doba je mreža cesta koju su uspostavili Rimljani. Nakon pada Rimskog carstva sve do prve industrijske revolucije, iskolčenja kao da više nisu od nekog značaja. Međutim, kako se javljala potreba za prometnom povezanošću, gradnjom cesta, mostova i tunela te za potrebe utvrđivanja granica među posjednicima, iskolčenje igra značajnu ulogu. S razvojem tehnologije se razvijaju novije, točnije i preciznije metode iskolčenja kao što su GNSS ili robotizirane mjerne stanice. Takve metode usto skraćuju vrijeme iskolčenja, eliminiraju pogreške uzrokovane od strane opažača i prikupljaju veliku količinu podataka. Time stare metode iskolčenja izlaze iz uporabe, a u budućnosti će postojati još preciznije i točnije metode iskolčenja. Međutim, svaka metoda, neovisno o vremenskom periodu i tehnologiji, je podložna nedostacima.

U sklopu ovog diplomskog rada provedeno je određivanje točnosti iskolčenja detaljnih točaka polarnom metodom u sklopu referentne mreže od četiri trajno stabiliziranih točaka i dvanaest detaljnih točaka na Savskom nasipu u Prisavlju, nedaleko od Hendrixovog mosta. Rad se sastoji od 8 poglavlja u kojem je opisan teorijski dio kojim se opisuju geodetska osnova, metode iskolčenja točaka, geodetske metode određivanja koordinata točaka, određivanje koordinata točaka presijecanjem, praktični dio, obrada podataka i rezultati te zaključak. U dva poglavlja naveden je praktični dio, odnoseći se na terensku izmjeru, analizu i obradu podataka. U posljednjem poglavlju su izvedeni zaključci.

## 2. GEODETSKA OSNOVA

Geometrijski gledano, geodetska osnova je konfiguracija ili razmještaj tri ili više točaka na površini Zemlje, koje su povezane terestričkim geodetskim mjerenjima, kao što su horizontalni pravci, kutovi, azimuti, duljine, visinske razlike; astronomskim ili satelitskim mjerenjima (npr. GNSS) ili kombiniranjem tih mjerenja. Ovisno o dimenzijama koordinatnog sustava s prikazanim položajem točaka geodetske osnove, razlikujemo (Paar 2006):

- visinske geodetske osnove (jednodimenzionalni model – 1D),
- horizontalne ili položajne geodetske osnove (dvodimenzionalni model – 2D),
- prostorne geodetske osnove (trodimenzionalni model – 3D).

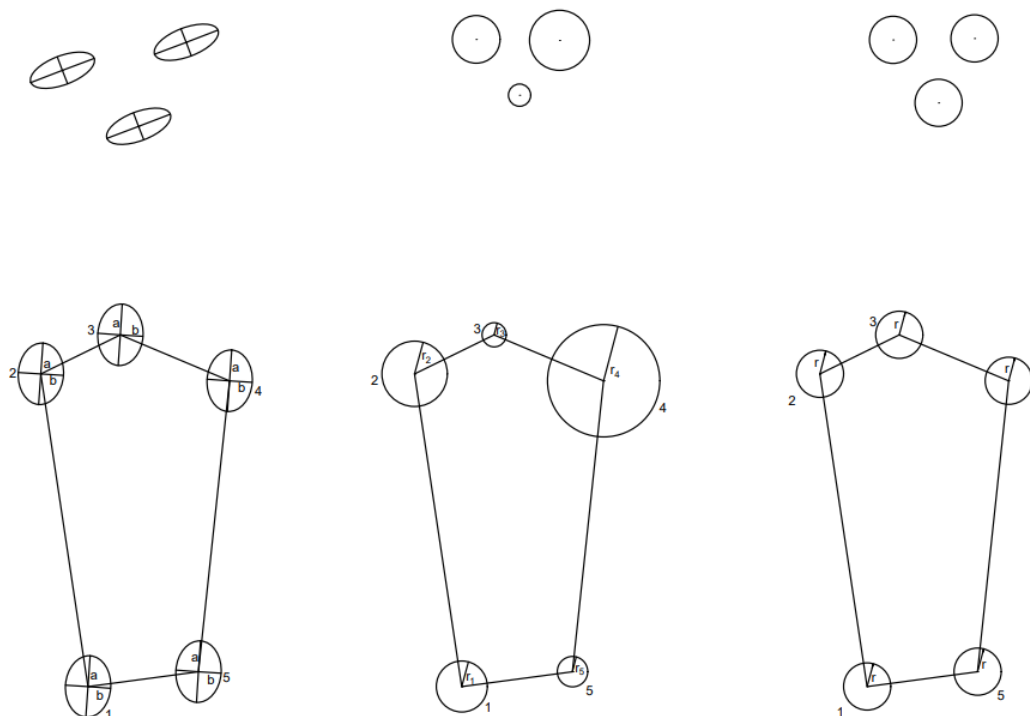
Prema vrsti mjerenih veličina postoje razne metode uspostave geodetskih osnova (Paar 2006):

- terestričke – triangulacija, trilateracija, gravimetrija, poligonometrija, nivelman,
- satelitske – GNSS (Globalni navigacijski satelitski sustav).

Prilikom izgradnje kompleksnih građevinskih objekata, industrijskih postrojenja, eksploatacijom ruda i sl., javlja se potreba za uspostavom geodetskih osnova koje, u odnosu na osnovne, trebaju ispuniti neke posebne zahtjeve i imaju posebne značajke.

Prema Paaru (2006), geodetske osnove posebnih namjena karakterizira da su:

- lokalne (samostalne) – za objekte smještene na manjem području ili zahtijeva se velika točnost iskolčenja i praćenja pomaka (mostovi, brane, tuneli),
- priključene na osnovnu mrežu (položajnu ili visinsku) – za objekte smještene na većem području u svrhu uspostave međusobne veze između niza objekata, (hidroenergetski sustavi, regulacije vodotoka, regulacija gradova, komunikacije),
- po veličini prilagođene objektu koji se gradi ili dijelu Zemljine površine koja se prati,
- po obliku prilagođene: objektu u izgradnji, mogućnosti stabilizacije točaka, vrsti predviđenih mjerenja i standardima projektiranja,
- homogene i izotropne (Slika 1), da su sve su točke istog reda,
- u postupku izjednačenja cjelina, tj. izjednačavaju se kao cjelina.



Slika 1. Homogenost i izotropnost geodetske mreže (prema Kapović 2010).

Geodetsku osnovu potrebno je integrirati u državni koordinatni sustav da se nakon završetka gradnje mogu uspostaviti granice katastarske čestice. Ako na području izmjere nema geodetske osnove, izmjeru je moguće obaviti u lokalnom sustavu pomoću najmanje dvije točke s poznatim položajem (Roić 2005). Tijekom gradnje potrebno je osigurati preciznost ne samo u horizontalnom nego i u visinskom smislu. U svrhu osiguranja prijenosa visina tijekom izgradnje treba uspostaviti visinsku geodetsku osnovu koja je u pravilu identična s položajnom geodetskom osnovom, a tako razvijenu mrežu treba povezati na najmanje dva repera državne nivelmanske mreže. Tako precizna i pouzdana stabilizacija točaka uvelike osigurava nesmetano napredovanje gradnje i sigurnost građevine te je i osnova za sva mjerenja i iskolčenja tijekom gradnje. Isto tako se koristi i za kontrolna mjerenja te praćenje pomaka i deformacija (Grgić i dr. 2015).

## 2.1. Uspostava geodetske osnove

Geodetska osnova uspostavlja se na ograničenom području, a njezina veličina i geometrijska konfiguracija ovisne o njezinoj namjeni, veličini i karakteristikama objekta, mogućnostima stabilizacije točaka, vrsti mjerenja itd. (Rožić 2001). Uspostavlja se najčešće istovremeno u svrhu prenošenja matematički definirane cjeline, sa odgovarajućim brojem točaka poznatih

koordinata i visina, u svrhu iskolčenja. Pritom svojom kvalitetom treba omogućiti iskolčenje s unaprijed definiranom preciznošću i poslužiti u svrhu praćenja pomaka i deformacija. U svrhu uspostave geodetske mikromreže potrebno je znati koja su dopuštena odstupanja i tolerancije objekta kao i vrijednost očekivanih pomaka i deformacija (Grgić i dr. 2007).

Kontrola kvalitete mjernog instrumentarija izuzetno je bitna jer pri uspostavi geodetske osnove često su u pitanju vrlo visoki zahtjevi preciznosti. Ispitivanje i umjeravanje instrumentarija te periodičnosti provođenja ispitivanja i umjeravanja instrumentarija jedna je od osnovnih pretpostavki pri provođenju visoko preciznih geodetskih zadaća. Inženjer prije početka obavljanja kompleksnih zadaća mora poznavati u kakvom je stanju mjerni instrumentarij, je li u stanju mjeriti u skladu s tehničkim specifikacijama proizvođača, te je li bitno ispitivati i umjeravati instrumentarij. Potrebno je voditi računa o mogućim izvorima pogrešaka kao što su: adicijske konstante tahimetra, pogreška centriranja zbog loše projekcije optičkog viska, adicijskih konstanti prizmi itd. (Grgić i dr. 2012).

### 3. METODE ISKOLČENJA TOČAKA

Osnovni dio geodetske prakse, osim izmjere terena i izrade planova, je prijenos projekata izrađenih na planovima na teren. Horizontalna i vertikalna izmjera terena su se obavljale uglavnom sa svrhom projektiranja tehničkih objekata, a idući korak pri izvođenju tih objekata je prijenos projekata na teren. Prenosjenje na planu projektiranih objekata na teren, ili iskolčenje, osnovni je dio geodetske prakse (Macarol 1984).

Pod iskolčenjem objekta podrazumijeva se obilježavanje, odnosno prijenos projektiranog objekta na teren pomoću elemenata iskolčenja, a to su:

- horizontalni kut,
- duljina,
- visina (visinska razlika).

Elementi iskolčenja se zadaju, a horizontalni kut i duljina se računaju iz koordinata. Kada se iskolčava geodetskim mjernim stanicama („totalnim“ stanicama) ili satelitskim uređajima (GNSS prijamnicima), polazni su elementi iskolčenja koordinate točaka. Elementi iskolčenja određuje geodet i ne smiju se zamijeniti s dimenzijama, položajem i visinskim odnosima projektiranog objekta, zadanih projektom (Kapović 2010).

#### 3.1. Elementi iskolčenja

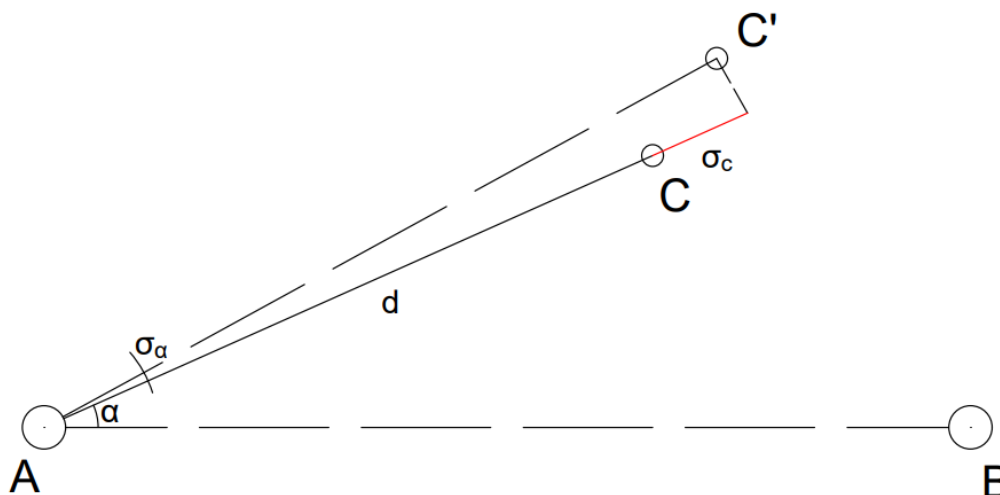
Metode iskolčenja točke mogu biti:

- klasične - ortogonalna, polarna, presjek lukova, presjek pravaca, presjek linija,
- satelitske metode – GNSS RTK,
- kombinirane metode – metoda slobodnog stajališta).

Izbor metode iskolčenja koja se primjenjuje ovisi o instrumentariju i raspoloživom priboru, o točnosti koju treba postići te kakve su terenske prilike i organizacija gradilišta. U današnje vrijeme se gotovo sva iskolčenja obavljaju polarnom ili GNSS RTK metodom, a metoda presjeka linija služi za obnovu ili osiguranje već iskolčenih točaka.

### 3.1.1. Iskolčenje točke polarnom metodom

Elementi polarnog iskolčenja točke C (Slika 2) su duljina ( $d$ ) i kut ( $\alpha$ ). Računaju se na jedan od opisanih načina.



Slika 2. Elementi i pogreške polarne metode iskolčenja (prema Kapović 2010).

Duljina  $d$  može se računati na temelju izraza 1:

$$d = \sqrt{(y_C - y_A)^2 + (x_C - x_A)^2}, \quad (1)$$

dok se kut  $\alpha$  računa kao razlika smjernih kutova u izrazu 2:

$$\alpha = \nu_A^B - \nu_A^C. \quad (2)$$

Standardno odstupanje položaja iskolčene točke C, odnosno preciznost iskolčenja, računa na osnovi izraza 3:

$$\sigma_C^2 = \left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 * d^2 + \left(\frac{\sigma_\alpha}{\rho}\right)^2 * d^2 + \sigma_s^2 \quad (3)$$

gdje su:

$d$  – duljina,

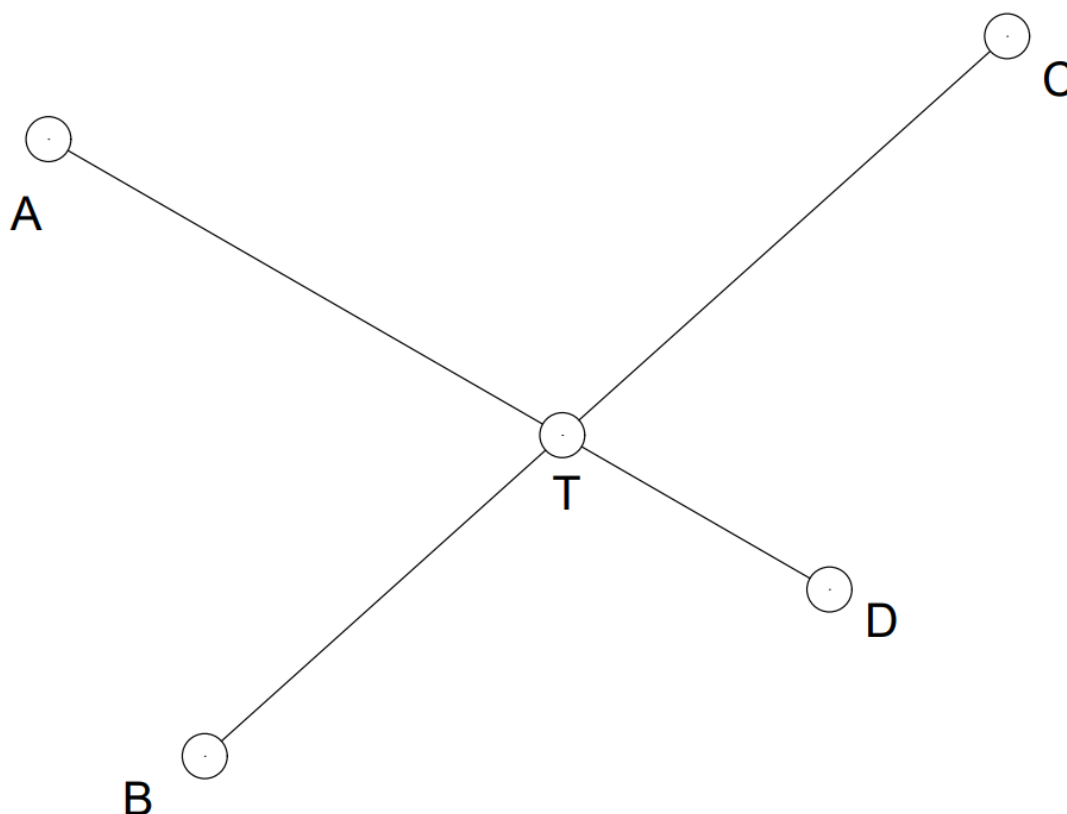
$\frac{\sigma_d}{d}$  – relativno standardno odstupanje duljine,

$\sigma_\alpha$  – standardno odstupanje kuta,

$\sigma_s$  – standardno odstupanje položaja točke.

### 3.1.2. Iskolčenje točke presjekom linija

Elementi iskolčenja presjekom linija su linije. Ova metoda se koristi da se osiguraju već prethodno iskolčene točke, pri čemu se točke A, B, C i D postavljaju oko točke T (Slika 3) tako da se na osnovi presjeka linija AD i BC, točka T uvijek može obnoviti tj. iskolčiti.



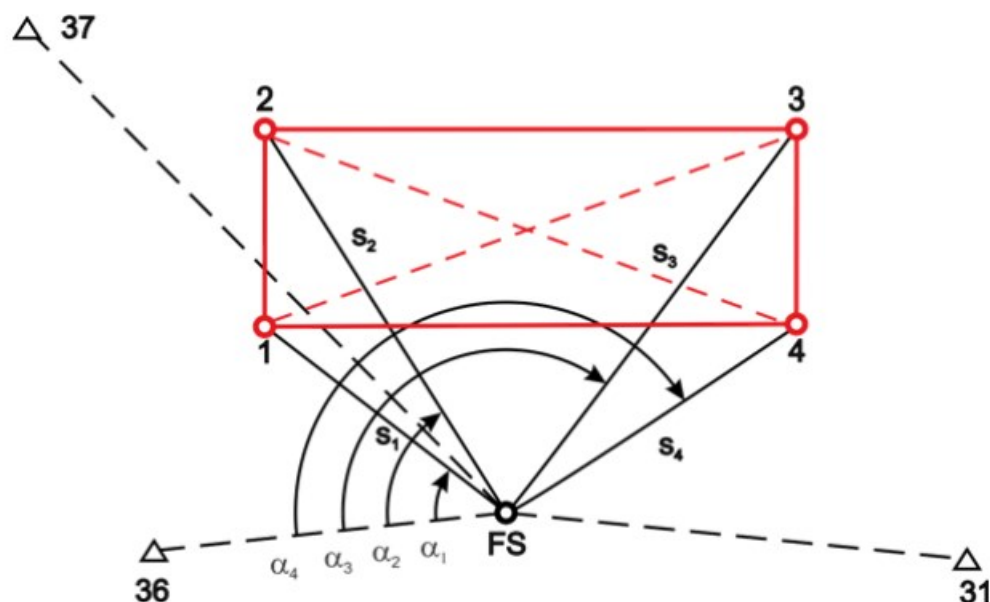
Slika 3. Metoda iskolčenja točke presjekom linija (prema Kapović 2010).

### 3.1.3. Iskolčenje točke sa slobodnog stajališta

U slučaju da je točka, s koje je trebalo obaviti iskolčenje uništena, a oko budućeg objekta ima više točaka s poznatim koordinatama, nova se točka može odrediti, među ostalim, i metodom slobodnog stajališta FS (eng. free station - FS). Postavi se instrument bilo gdje na terenu, mjere se pravci i duljine prema dvjema točkama poznatim po koordinatama ili je također moguće opažati samo pravce prema trima poznatim točkama (Slika 4). Metodom presjeka natrag ili metodom unutarnjih pravaca, odrede se koordinate stajališta,

odnosno nove točke. Na temelju koordinata stajališta i koordinata objekta, odrede se elementi iskolčenja – kut i duljina, te se polarnom metodom iskolči budući objekt.

Kontrola iskolčenja objekta može se obaviti mjerenjem njegovih dijagonala (1-3 i 2-4).



Slika 4. Prikaz iskolčenja sa slobodnog stajališta (Kapović 2010).

#### 3.1.4. GNSS RTK metoda iskolčenja točaka

Kad se provodi geodetska izmjera, u slučaju da se treba registrirati veliki broj točaka u što kraćem vremenskom razdoblju, primjenjuje se metoda GNSS RTK (eng. Real Time Kinematic - RTK). U vrlo kratkom vremenu odredi se broj i koordinate nepoznatih točaka u državnom koordinatnom sustavu (Bačić i Bašić 1999).

Mjerna metoda GNSS RTK postupak je određivanja i pohranjivanja prostornih ili trodimenzionalnih (3D) koordinata nepoznatih točaka primjenom mjernog sustava GNSS RTK, koji se sastoji od:

- referentnog prijamnika ili baza i
- pokretnog prijamnika ili rover.

Otkad je u funkciji Hrvatski pozicijski sustav (CROPOS – CROatian POsitioning System), sustav od 30-ak referentnih postaja koje obuhvaća cijelo područje Hrvatske, oba uređaja

(referentni i pokretni) mogu se koristiti za izmjeru ili iskolčenje detaljnih točaka. U kontroler je ugrađen GSM uređaj za SIM karticu s mogućnošću povezivanja na bilo koju referentnu postaju.

Antena referentnog prijamnika s radio uređajem postavlja se na prostornu točku s poznatim koordinatama. Putem radioveze podaci mjerenja šalju se u pokretni prijamnik čija antena se nalazi u blizini mjesta gdje se obavlja iskolčenje točke. Tada se registrira ta „iskolčena“ točka i radi potrebe utvrđivanja razlika i odstupanja, uspoređuju se koordinate snimljene točke koordinatama točke iskolčenja. Zatim pokretni prijamnik daje smjer prema kojem ga se pomiče samo da ga se postavi u traženi položaj.

Položaj te točke i svi ostali parametri kvalitete mjerenja računaju se u stvarnom vremenu ili RT (eng. real time – RT) u pokretnom prijamniku i onda se pohranjuju u memoriju.

Osnovne prednosti metode GNSS RTK su:

- učinkovitost,
- ekonomičnost
- pouzdanost,
- preciznost.

Otkad je uspostavljen CROPOS 2008. godine, posebna prednost ovog sustava leži u tome da se može bilo kad, u bilo kojem trenutku, odnosno koordinate iskolčene (snimljene) točke. Nije potrebno se oslanjati na stare, referentne točke ili trigonometre. Ova se metoda primjenjuje ukoliko sustav može primiti signal sa najmanje 5 GNSS satelita (što je veći broj satelita, time je veća preciznost mjerenja) te pogodna konstelacija satelita (Kapović 2010).

### **3.2. Horizontalna iskolčenja**

Pri prenošenju objekata na teren u horizontalnom smislu, ili horizontalna iskolčenja, obavljaju se iskolčenja pravaca, od kojih se tlocrt objekta sastoji. Kod komunikacija (cesta i željeznica) i vodotoka prijelazi između pravaca trase izvedeni su kružnim, paraboličnim i drugim lukovima. Tlocrti dolinskih pregrada, zgrada itd. često su lukovi. Stoga se pod horizontalnim iskolčenjima podrazumijevaju iskolčenja pravaca i lukova (Macarol 1984).

### 3.2.1. Iskolčenje pravaca

Glavna zadaća u većini inženjerskih radova jest iskolčenje pravaca koje je obavlja između dviju točaka s poznatim koordinatama. Javljaju se dva slučaja:

- iskolčenje pravca kad se krajnje točke dogledaju i
- iskolčenje pravca kad se krajnje točke ne dogledaju.

Prvi slučaj, kad se provodi iskolčenje pravaca među krajnjim točkama koje se dogledaju, je jednostavniji. U tom slučaju se točke iskolčavaju pomoću trasirki ili utjeravanjem u pravac „od oka“, a mogu se iskolčiti pomoću instrumenta. Drugi slučaj, kad se obavlja iskolčenja pravca među krajnjim točkama koje se ne dogledaju, je kompleksniji. Ako dođe do tog slučaja, može se riješiti na više različitih načina i oblika, ovisno o raspoloživom instrumentariju i priboru, prilikama na terenu te koliko su razmaknute točke (Kapetanović i Selesković 1999).

### 3.2.2. Iskolčenje lukova

Kod komunikacija (cesta i željeznica) i kanala prijelazi trase komunikacije ili kanala iz jednog u drugi pravac izvode se krivuljom, kojom trasa postepeno prelazi iz jednog smjera u drugi. Krivulje, umetnute između pravaca trase, najčešće su kružnice, ali mogu biti i kvadratne i kubne parabole, lemniskate, klotoide te kombinacije kružnica raznih polumjera i kružnica sa navedenim krivuljama (Macarol 1984).

### 3.2.3. Iskolčenje horizontalnog kuta

Kad se mjere kutovi, potrebna su dva kraka kutova, ali kod iskolčenja kutova ima jedan krak kuta, a drugi se određuje. Odmjeravanje od zadanog pravca je jednostavna metoda iskolčavanja kuta, a radi kontrole, iskolčenje se ponavlja kad se instrument postavi u drugi položaj. Vrlo precizno iskolčenje horizontalnog kuta se obavlja na sljedeći način: S točke A iskolči se kut  $\alpha$ , zatim odmjeri duljina  $d$  i obilježi tzv. privremeni položaj točke C'. Zatim se girusnom metodom mjeri iskolčeni kut i izračuna se vrijednost kuta  $\alpha'$ . Izračuna se razlika  $\Delta\alpha$  u izrazu 4:

$$\Delta\alpha = \alpha - \alpha' \quad (4)$$

Pravi položaj točke C nalazit će se na okomici AC' primjenom izraza 5:

$$q = d * tg\Delta\alpha, \quad (5)$$

gdje je  $q$  linearni popravak (Kapović 2010).

Ocjena preciznosti iskolčenja horizontalnog kuta daje se standardnim odstupanjem  $\sigma_\alpha$ , prema sljedećim izrazima:

$$\sigma_d = \frac{\sigma_\alpha}{\rho} * d \quad (6)$$

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_q}{d} * \rho, \quad (7)$$

gdje su;

$\sigma_\alpha$  – standardno odstupanje iskolčenog kuta,

$\sigma_q$  – standardno odstupanje veličine  $q$ ,

$d$  – duljina,

$$\rho = \frac{180^\circ}{\pi}.$$

### 3.2.4. Iskolčenje duljine

Iskolčenje duljine obavlja se različitim vrstama daljinomjera ili vrpcom. Duljina se izračuna iz koordinata ili je zadana projektom. Prilikom iskolčenja trebalo bi svaki puta računati sve potrebne korekcije i redukcije duljine (Slika 5), što je moguće pomoću današnjih daljinomjera ili mjernih stanica zbog ugrađenih modula koji automatski računaju sve potrebne korekcije i redukcije te ih primjenjuju na mjerenu duljinu. U tu svrhu postoje sljedeće korekcije i redukcije:

- meteorološka korekcija ( $\Delta d_A$ ),
- redukcija kose duljine na horizont ( $\Delta d_H$ ),
- redukcija duljine na referentnu plohu elipsoida ( $\Delta d_E$ ),
- redukcija duljine u ravninu projekcije ( $\Delta d_P$ ),
- adicijska korekcija daljinomjera ( $a$ ).

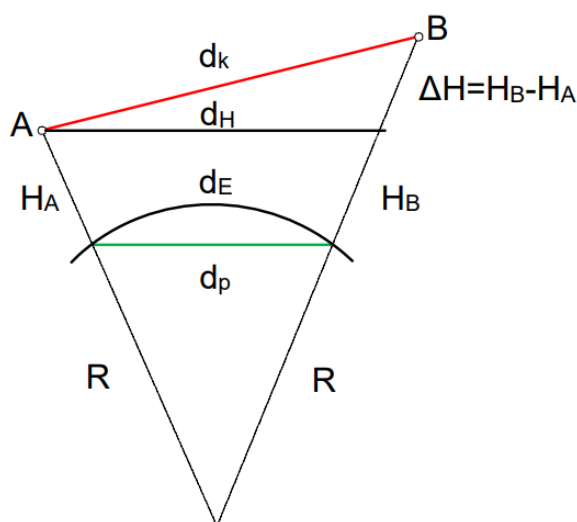
Konačna vrijednost iskolčene duljine je izmjerena duljina zajedno sa svim prethodno navedenim korekcijama i redukcijama:

$$D = D' + \Delta d_A + \Delta d_H + \Delta d_E + \Delta d_P + a, \quad (8)$$

gdje je:

D – definitivna duljina na površini zemlje

D' – duljina dobivena iz koordinata.

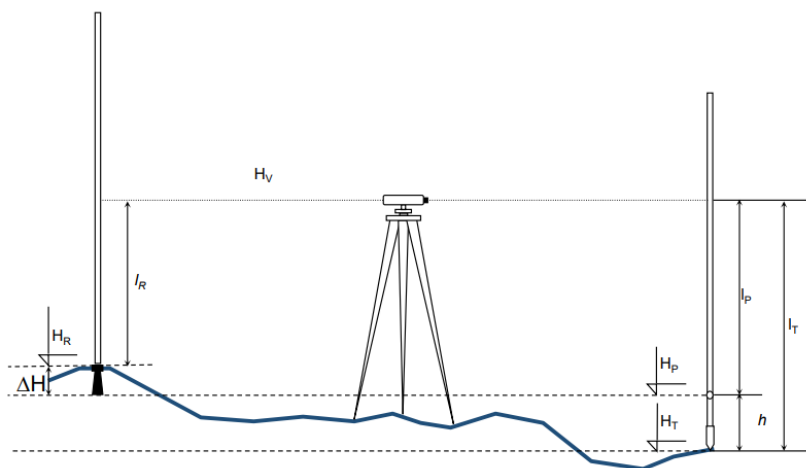


Slika 5. Konačna duljina izmjerena daljinomjerom (Kapović 2010).

### 3.3. Visinska iskolčenja

Osim horizontalnog iskolčenja, točke koje se prenose s projekta na teren se mogu iskolčiti i vertikalno. U projektu se na tim točkama određuju visine budućeg objekta kao što su trase komunikacije, temelja zgrade itd. (Macarol 1984).

Iskolčenje visine ili visinske razlike se uglavnom obavlja geometrijskim (Slika 6) ili trigonometrijskim nivelmanom.



Slika 6. Iskolčenje visine - visinske razlike (Kapović 2010).

Poznata je kota repera ( $H_R$ ) te projektirana kota ( $H_P$ ), a visinska razlika ( $\Delta h$ ) se računa prema izrazu 9:

$$\Delta h = H_P - H_R, \quad (9)$$

koja se prenosi s objekta na teren, odnosno iskolčava se.

Niveliranjem od repera do privremeno stabilizirane tj. iskolčene točke ( $H_T$ ) izračuna se visinska razlika ( $\Delta h'$ ):

$$\Delta h' = H_R - H_T. \quad (10)$$

Visinska razlika

$$h = \Delta h' - \Delta h, \quad (11)$$

pokazuje, ovisno je li pozitivna ili negativna, koliko je potrebno pomicati stabiliziranu točku ( $H_T$ ) po vertikali samo da dođe u položaj projektirane visine  $H_P$  (Kapović 2010).

### 3.4. Iskolčenje po pravilniku za katastar

Iskolčenje građevine obavlja se na temelju podataka o koordinatama lomnih točaka granica jedne ili više građevina iskazanih u geodetskom projektu.

O obavljenom iskolčenju građevine ovlaštenu geodetski stručnjak daje izjavu u pisanom obliku da je građevina iskolčena u skladu s podacima iz geodetskog projekta.

Prema posebnom zahtjevu investitora u okviru iskolčenja građevine može se izraditi i popis koordinata glavnih (karakterističnih) točaka građevine bitnih za njeno iskolčenje u položajnom i visinskom smislu i koordinata uspostavljenih i stabiliziranih stalnih geodetskih točaka koje služe za iskolčenje građevine, ali i za buduće praćenje izgradnje građevine (NN 12/14).

## 4. GEODETSKE METODE ODREĐIVANJA KOORDINATA TOČAKA

U geodeziji se sa svaki terenski zadatak obavlja veći broj mjerenja nego što ima nepoznatih veličina. Razlika između broja mjerenja i broja nepoznanica se zovu prekobrojna mjerenja. Prekobrojna mjerenja se koriste za dobivanje pouzdanijih rezultata, kontrolu obavljenih mjerenja i računanje točnosti mjerenih te izračunatih veličina (Barković i Zrinjski, 2020). Osnova svih geodetskih radova su mjerenja. Budući da većinu vremena geodetski stručnjaci provode na terenskim radovima s različitim geodetskim mjernim instrumentima, osnovno pravilo je primijeniti odgovarajuće metode i instrumente za obavljanje geodetskog zadatka (Frančula i Lapaine, 2008).

Metode određivanja koordinata točaka u geodeziji su (Barković i Zrinjski, 2020):

- triangulacija –  $(y, x)$ ,
- presjek pravaca –  $(y, x)$ ,
- lučni presjek –  $(y, x)$ ,
- trilateracija –  $(y, x)$ ,
- ortogonalna metoda –  $(y, x)$ ,
- poligonometrija –  $(y, x, H)$ ,
- polarna metoda ili tahimetrija –  $(y, x, H)$ .,
- fotogrametrija –  $(y, x, H)$ ,
- inercijalni sustav –  $(y, x, H)$ ,
- astro-geodetska metoda –  $(\varphi, \lambda)$ ,
- GNSS metoda –  $(\varphi, \lambda, h)$ ,
- nivelman –  $(H)$ ,
- gravimetrija  $(g)$ ,
- geomagnetska metoda – (npr.  $D, I, F$ ),
- diferencijalni odometar –  $(x, y, \alpha)$ ,

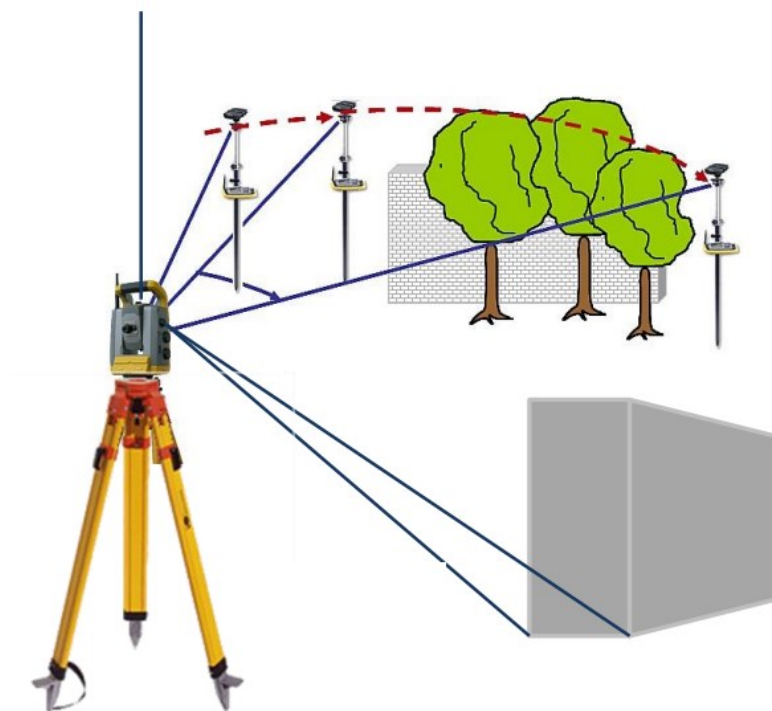
gdje su:

- $y, x$  – horizontalne koordinate,
- $H$  – nadmorska visina,

- $\varphi, \lambda$  – geodetske koordinate (sferoidne, elipsoidne),
- $h$  – elipsoidna visina,
- $g$  – ubrzanje sile teže,
- $D, I, F$  – magnetska deklinacija, magnetska inklinacija, magnetska indukcija,
- $\alpha$  – azimut.

#### 4.1. Tahimetrija

Riječ tahimetrija proizlazi od grčkih riječi  $\tauαχύς$ , što znači brz, i  $μετροειν$ , što znači mjeriti (URL 1). Mjerenje kose duljine, horizontalnog i vertikalnog kuta moguće je obavljati pomoću instrumenta zvanog tahimetar ili polarna metoda snimanja terena. Uporabom elektroničkih tahimetara koji imaju mogućnost automatski registrirati podatke snimanja, postoji mogućnost automatskog prenošenja podataka na računalo, gdje se nadalje obrađuju podaci (Lasić 2007). Prostorne koordinate ( $y, x, H$ ) točke se izračunaju na temelju mjerenja horizontalnog kuta, zenitne daljine ili vertikalnog kuta te kose duljine s poznate prema nepoznatoj točki (Slika 7). Poželjno je da se prije početka mjerenja na poznatoj točki obavi orijentacija prema najmanje dvije poznate točke tako da se izmjere horizontalni kutovi (Barković i Zrinjski 2020).



Slika 7. Tahimetrija (URL 2).

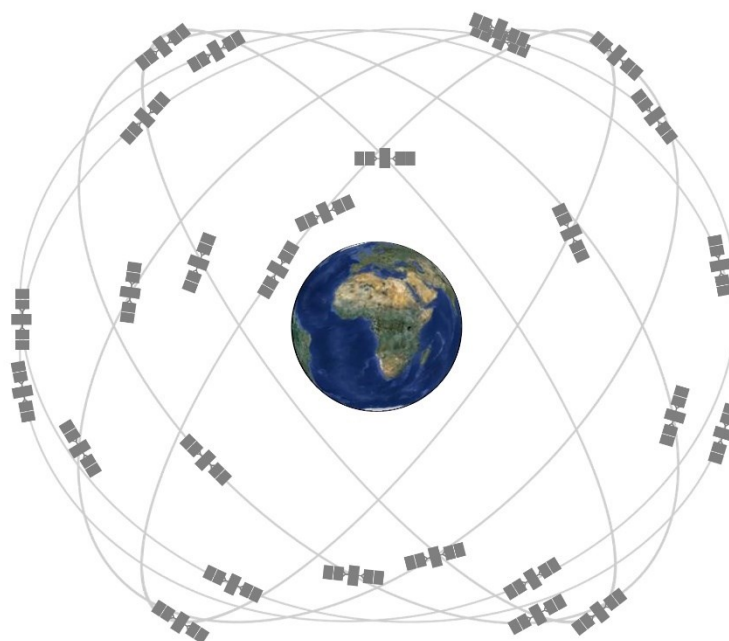
U današnje vrijeme se u praksi spominje 'Kodirana tahimetrija', koja se primjenjuje za potrebe detaljnog snimanja. Klasična tahimetrija, čiji temelji leže na mjerenju kose duljine i opažanih horizontalnih i vertikalnih kutova, se nadopunjuje kodovima s detaljima koji sadržavaju geometrijske, topološke i topografske karaktere. Takva se tehnologija zasniva na opažanjima i podacima mjerenja koji se prilikom mjerenja unose i pohranjuju u geodetsku totalnu stanicu ili elektronički tahimetar. Na terenu se nalaze opažач uz instrument i nosač prizme. Opažач koordinira i orijentira nosača prizme za vrijeme izmjere na zadanom i ugovorenom području. Opažач vizira prizmu i pritom mjeri kosu duljinu, te kutove u horizontalnoj i vertikalnoj ravnini. Tako se uspostavlja geometrijska veza između stajališta i detaljne točke na isti način kako se to obavlja u klasičnoj tahimetriji. Oba geodetska stručnjaka međusobno održavaju radio vezu putem walky-talky sustava (Džapo i dr. 2002).

Često je na tahimetru uz durbin vezana obična ili reverzibilna libela, tako da se na ravnom terenu visine detaljnih točaka mogu dobiti niveliranjem pomoću te libele. Za snimanje preciznom tahimetrijom upotrebljavaju se geodetske mjerne stanice s vertikalnim limbom uz čiji se durbin pričvršćuju daljinomjeri sa dvostrukim slikama. Prije snimanja detalja treba svaki tahimetar rektificirati. Najprije ga se rektificira kao običan teodolit. Konačno treba, radi ispravnog mjerenja vertikalnih kutova, rektificirati indekse vertikalnog limba određivanjem mjesta zenita. Ako na durbinu postoji obična ili reverzibilna libela, treba njenu glavnu tangentu dovesti u paralelni položaj s kolimacijskom osi (Macarol 1984).

## 4.2. GNSS

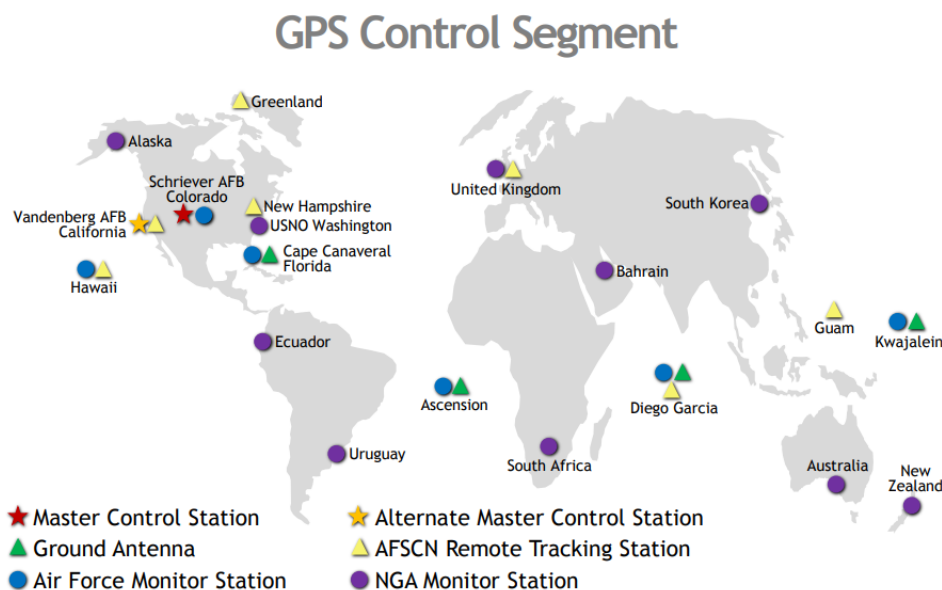
Značajan korak u povijesti pozicioniranja i navigacije počeo je s razvojem globalnih navigacijskih satelitskih sustava GNSS (eng. Global Navigation Satellite System – GNSS), a prvi koji je bio uspostavljen jest američki GPS (eng. Global Positioning System - GPS) u kasnim 1970-ima. Na prvu se primjenjivao u vojne svrhe, samo da bi u današnje vrijeme se uglavnom koristio u civilnoj primjeni, velik broj i različite GPS aplikacije se neprestano šire. Nedugo nakon razvoja i uspostavljanja GPS-a, počinje se razvijati ruski, primarno vojni globalni navigacijski satelitski sustav zvan GLONASS (rus. ГЛОБАЛЬНАЯ НАВИГАЦИОННАЯ СПУТНИКОВАЯ СИСТЕМА, Globalnaya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema - GLONASS). S porastom zahtjeva GNSSa, druge države započinju razvoj vlastitih sustava. Galileo sustav, za područje zemalja EU, i BeiDou, kineski GNSS sustav, započinju svoj razvoj potkraj 1990-ih te su za razliku od GPS-a i GLONASS-a opremljeni suvremenijom tehnologijom koja će dovesti do naprednijih rješenja (Zrinjski i dr. 2019).

GPS se sastoji od svemirskog, kontrolnog i korisničkog segmenta koji omogućuju emitiranja vojnih i civilnih signala za pozicioniranje, navigaciju i određivanje vremena (Zrinjski i dr. 2019). Svemirski segment sastoji se od 24 operativna i tri rezervna satelita koji su raspoređeni unutar šest orbitalnih ravnina međusobno razmaknutih za  $60^\circ$  u srednjoj Zemljinoj orbiti (Medium Earth Orbit – MEO) na visini od oko 20 200 km iznad Zemljine površine (Slika 8). Orbite su kružne s inklinacijskim kutom od  $55^\circ$  i vremenom ophoda od 11 sati i 56 minuta. Takav raspored omogućuje vidljivost najmanje četiriju satelita s gotovo bilo kojeg mjesta na Zemlji (URL 3).



Slika 8. Svemirski segment GPS-a (URL 3).

Zemaljski kontrolni segment sastoji se od glavne kontrolne stanice smještene u vojnoj zračnoj bazi Schriever u Coloradu, koja na temelju prikupljenih podataka sa 16 nadzornih postaja optimalno razmještenih po cijelom svijetu određuje položaj satelita u svemiru i te podatke dalje prosljeđuje satelitima preko 11 zemaljskih antena. GPS kontrolni segment se sastoji od globalne mreže zemaljskih stanica koje prate GPS satelite, nadziru njihova odašiljanja, izvršavaju analize i šalju naredbe i podatke konstelacijama. Trenutni Operativni Kontrolni Segment (Operative Control Segment – OCS) uključuje glavnu kontrolnu stanicu, zamjensku glavnu kontrolnu stanicu, 11 zapovjednih i kontrolnih antena i 16 nadzornih stanica (Slika 9).



Slika 9. Kontrolni segment GPS-a (URL 4).

Civilnim korisnicima GPS-a stoji na raspolaganju besplatan standardni pozicijski servis (eng. Standard Positioning Service - SPS), a s druge strane, vojsci i autoriziranim korisnicima je dostupan precizni pozicijski servis (eng. Precise Positioning Service – PPS). U početku su GPS prijamnici bili analogni uređaji velikih dimenzija i velikih masa te se njima koristila isključivo vojska. Danas se primjenjuju u civilne svrhe, kao što su navigacija, geodezija, svemirska istraživanja, poljoprivreda, meteorologija i dr., te prijamnici su puno manjih dimenzija u odnosu na početak. Dimenzija su čipova, mikroprocesora, antene i dr. (Zrinjski i dr. 2019).

Aktualni status ruskog GLONASS sustava na dan 11. travnja 2005. godine čini 13 aktivnih satelita, od čega su čak 3 satelita lansirana 26. prosinca 2004. Od službenih predstavnika je u rujnu 2004. godine priopćena vijest o potpunoj izgradnji ovog sustava u idućim godinama. Za pokrivanje teritorija Rusije potrebno je 18 satelita, a za pokrivanje cijelog svijeta potreba su 24 operativna satelita (Zrinjski i dr. 2005).

Galileo je europski doprinos sljedećoj generaciji globalnoj navigacijskog satelitskog sustava. Za razliku od GPS-a, koji je financiran od strane javnog sektora i kojim upravljaju američke zračne snage, Galileo će biti sustav kontroliran od strane čije će financije proizlaziti iz javnog i privatnog sektora. Sustav Galileo bit će slobodan za korištenje (URL 5), ali sa nizom servisa za koje će trebati plaćati, zajedno s ponuđenim dodatnim karakteristikama. Te karakteristike

uključivat će poboljšanje prijama, točnosti i iskorištenja (URL 6). Kada sustav Galileo bude u potpunosti finaliziran, predstavljat će pravu alternativu te će prekinuti monopol GNSS sustava koji je trenutno u rukama američkog GPS-a (Zrinjski i dr. 2005).

Centimetarska preciznost pozicioniranja u stvarnom vremenu temeljenom na GNSS je bila razvijena sredinom 1990-ih i trenutno je nazvana RTK pozicioniranje. Uključuje referentni prijamnik prenoseći svoja sirova mjerenja ili opažane ispravke pokretnom prijammiku putem komunikacijske veze. Podaci koji se obrađuju u pokretnom prijammiku uključuju višeznačnu razlučivost diferencijalnih podataka noseće faze i koordinatnu približnost pozicije pokretnog prijammika. U ovoj jednobaznoj RTK metodi, najveća udaljenosti između referentnog i pokretnog prijammika ne smije prijeći više od 10 do 20 kilometara da bi se utvrdila pouzdanost koordinata točaka. Ovo ograničenje uzrokovano je zbog grešaka koje ovise o udaljenosti kao što su pogreška orbite, ionosfersko i troposfersko odbijanje signala. Kontinuirane GNSS referentne stanice su bile razvijene redom po modeli i, prema tome, da smanje pogreške koje se odnose na udaljenost koje značajno utječu na preciznost RTK pozicioniranja (Gülal i dr. 2015).

## 5. METODE ODREĐIVANJA KOORDINATA DETALJNIH TOČAKA

Trigonometrijske točke se u pravilu određuju metodom presjeka. Određivanjem položaja novih točaka metodom presjeka se temelji na tome da se s točaka poznatih položaja, ili na točkama čije koordinate treba odrediti, mjere pravci. U prvom slučaju se mjere prema novim točkama, a u drugom slučaju prema poznatim točkama. Koordinate tih točaka izračunaju se presjekom tih pravaca.

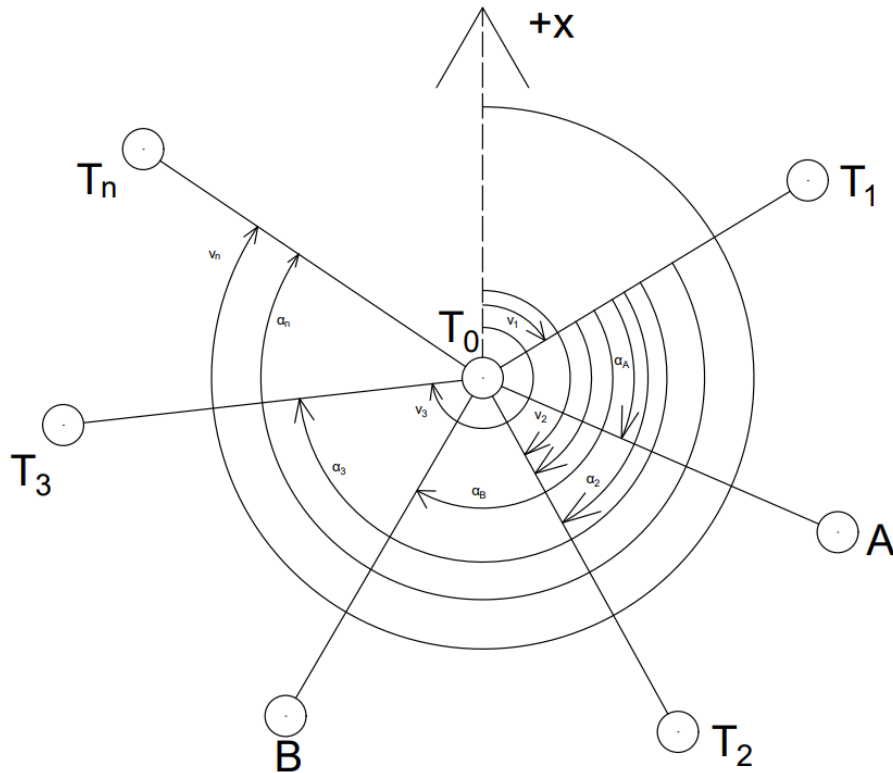
Kako je potrebno odrediti koordinate detaljnih točaka, pri presjeku pravaca obavljena mjerenja se smatraju indirektnima ili posrednima, te metodom posrednih mjerenja se obavlja izjednačenje. Izjednačenje se radi kad postoje prekobrojna mjerenja.

Prilikom pojedinačnog određivanja detaljnih točaka, traže se dvije veličine - koordinate nove točke ( $x$  i  $y$ ). Zato je potrebno na terenu izmjeriti minimalno dvije veličine – dva pravca, na temelju kojih se odrede koordinate. Koordinate novih detaljnih točaka se ne određuju samo ovim nužnim mjerenjima, nego se obave prekobrojna mjerenja, a koordinate nove točke dobiju se izjednačenjem metodom najmanjih kvadrata (Macarol 1984).

### 5.1. Presijecanje vanjskih vizura (Presjek naprijed)

Presjek naprijed je metoda kojom se određuju koordinate nove detaljne točke mjerenjem pravaca s točaka poznatih koordinata prema novoj detaljnoj točki (Macarol 1984).

Da bi se ti pravci s poznatih na novu točku mogli analitički (ili trigonometrijski) presijecati, treba na poznatim točkama provesti orijentaciju pravaca. Orijentacija pravaca je proces računanja orijentiranih smjernih kutova sa poznate ili stajališne točke na jednu ili više nepoznatih točaka. Prilikom toga se mjere horizontalni kutovi s te poznate točke prema svih ostalim poznatim i nepoznatim točkama (Slika 10) (Barković i Zrinjski 2020).



Slika 10. Orijentacija smjernog kuta (prema Barković i Zrinjski, 2020).

Tijekom orijentacije pravaca poznate su koordinate točaka  $T_0, T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$ , a mjereni su horizontalni kutovi  $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$  prema poznatim točkama  $T_2, T_3, \dots, T_n$ , te kutovi  $\alpha_A$  i  $\alpha_B$  prema nepoznatim točkama A i B. Za početnu vizuru je uzeta točka  $T_1$  (Barković i Zrinjski 2020).

Treba izračunati orijentirane smjerne kutove  $\varphi_A$  i  $\varphi_B$  s poznate točke  $T_0$  prema nepoznatim točkama A i B. Iz poznatih i mjerenih veličina računaju se vrijednosti prema izrazu 12:

$$\begin{aligned}
 O_1 &= v_1 \\
 O_2 &= v_2 - \alpha_2 \\
 O_3 &= v_3 - \alpha_3 \\
 &\dots \\
 O_n &= v_n - \alpha_n
 \end{aligned} \tag{12}$$

Smjerni kut  $v_1$  na početnu vizuru zove se orijentacijski kut ili orijentacija, odnosno smjerni kut nule limba, kada se računaju koordinate detaljnih točaka kod polarne metode izmjere terena. (Barković i Zrinjski 2020).

Vrijednosti  $O_1, O_2, O_3, \dots, O_n$  neće biti međusobno jednake, jer su kutovi  $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ , kao i koordinate iz kojeg su računati smjerni kutovi  $v_2, v_3, \dots, v_n$ , opterećeni različitim pogreškama mjerenja. U slučaju da su kutovi  $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$  mjereni jednakom preciznošću i da su koordinate zadanih točaka nepogrešne, piše se izraz za računanje srednje vrijednosti orijentacijskog smjernog kuta kao obična aritmetička sredina (Barković i Zrinjski, 2020):

$$\bar{O} = \frac{O_1 + O_2 + O_3 + \dots + O_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n O_i \quad (13)$$

Prema tome će se orijentirani smjerni kutovi prema nepoznatim točkama izračunati prema izrazima (Barković i Zrinjski 2020):

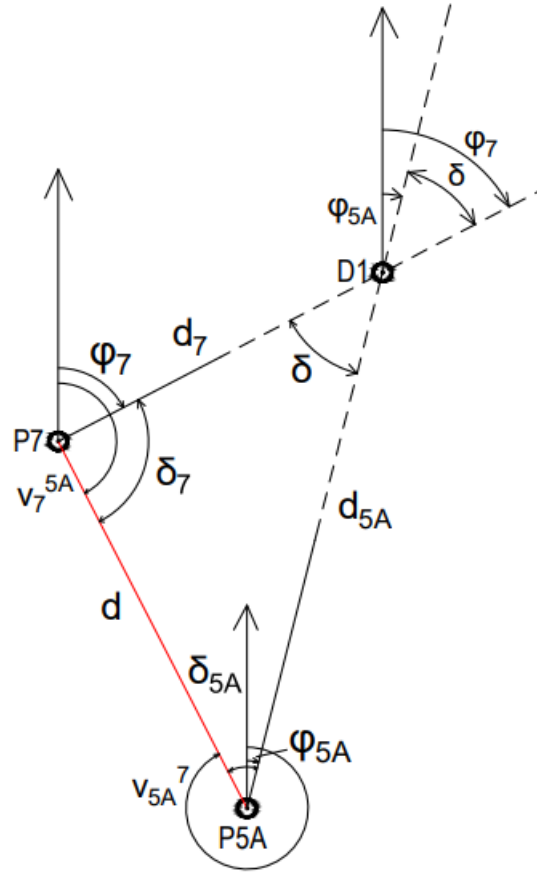
$$\varphi_A = \alpha_A + \bar{O} \quad (14)$$

$$\varphi_B = \alpha_B + \bar{O} \quad (15)$$

### 5.1.1. Određivanje koordinata točaka vanjskim presijecanjem trigonometrijski

Presjek vanjskih vizura, ili presjek naprijed, je metoda određivanja koordinate jedne ili više nepoznatih točaka mjerenjem pravaca, odnosno kutova, s dviju ili više poznatih prema nepoznatoj točki (Barković i Zrinjski, 2020).

Presjekom vanjskih vizura na trigonometrijski način određuju se koordinate nepoznate točke prema izrazima za računanje u Kartezijevom ravninskom (2D) koordinatnom sustavu (Slika 11).



Slika 11. Presjek naprijed na trigonometrijski način – primjer.

Zadane su koordinate dviju točaka:  $P_{5A}$  ( $y_{5A}$ ,  $x_{5A}$ ),  $P_7$  ( $y_7$ ,  $x_7$ ).

Na poznatim točkama mjerena su dva kuta:  $\delta_{5A}$ ,  $\delta_7$ .

Treba izračunati koordinate točke  $D_1$  ( $y_{D1}$ ,  $x_{D1}$ ).

Smjerni kutovi i duljina računaju se prema izrazima:

$$\begin{aligned} v_{5A}^7 &= \arctan\left(\frac{y_7 - y_{5A}}{x_7 - x_{5A}}\right) \\ v_7^{5A} &= v_{5A}^7 \pm 180^\circ \\ d &= \sqrt{(y_7 - y_{5A})^2 + (x_7 - x_{5A})^2}. \end{aligned} \tag{16}$$

Orijentirani smjerni kutovi dobiju se prema izrazima:

$$\begin{aligned}\varphi_{5A} &= v_{5A}^7 + \delta_{5A} \\ \varphi_7 &= v_7^{5A} - \delta_7,\end{aligned}\tag{17}$$

A treći kut u trokutu prema izrazu:

$$\delta = \varphi_7 - \varphi_{5A}.\tag{18}$$

Treba zadovoljiti kontrolu:

$$\delta_{5A} + \delta_7 + \delta = 180^\circ.\tag{19}$$

Duljine se izračunaju prema izrazima:

$$\begin{aligned}d_{5A} &= \frac{d}{\sin\delta} * \sin\delta_7 \\ d_7 &= \frac{d}{\sin\delta} * \sin\delta_{5A}.\end{aligned}\tag{20}$$

Koordinate razlike između poznate i nepoznate točke računaju se prema izrazima:

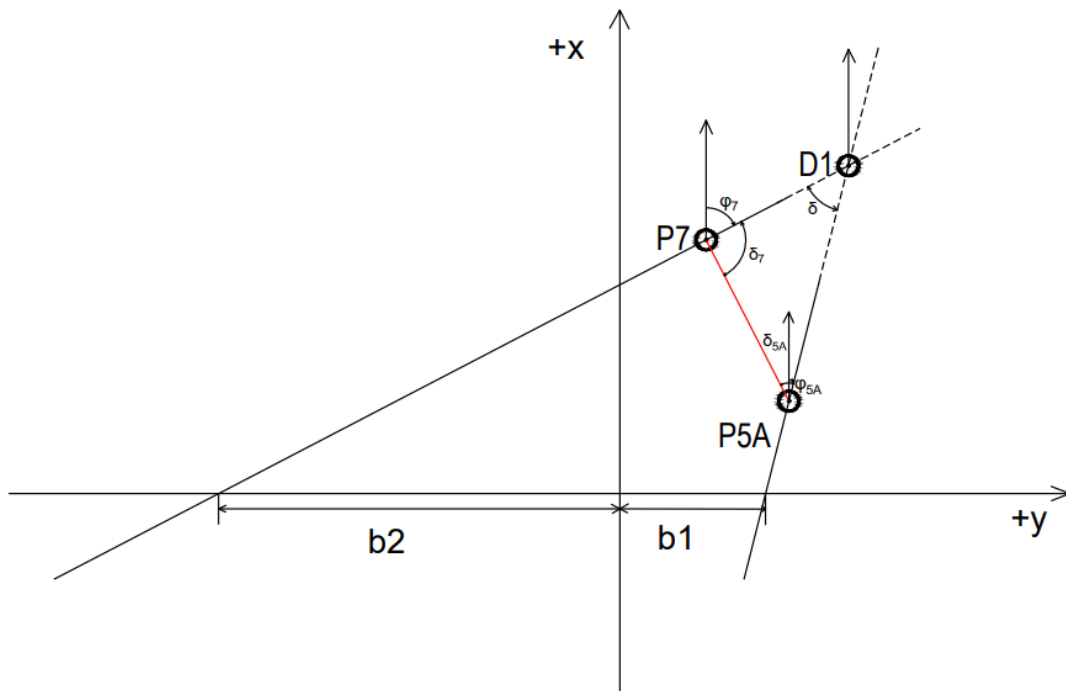
$$\begin{aligned}\Delta y_{5AD1} &= d_{5A} * \sin\varphi_{5A} \\ \Delta x_{5AD1} &= d_{5A} * \cos\varphi_{5A} \\ \Delta y_{7D1} &= d_7 * \sin\varphi_7 \\ \Delta x_{7D1} &= d_7 * \cos\varphi_7.\end{aligned}\tag{21}$$

Napokon, koordinate nepoznate točke D<sub>1</sub> izračunaju se prema izrazima (Barković i Zrinjski 2020):

$$\begin{aligned}y_{D1} &= y_{5A} + \Delta y_{5A} = y_7 + \Delta y_7 \\ x_{D1} &= x_{5A} + \Delta x_{5A} = x_7 + \Delta x_7.\end{aligned}\tag{22}$$

### 5.1.2. Određivanje koordinata točaka vanjskim presijecanjem analitički

Presjekom vanjskih vizura na analitički način koordinate nepoznate točke računaju se na temelju izraza za računanje točke presjekom dvaju pravaca (Slika 12).



Slika 12. Presjek naprijed na analitički način – primjer.

Zadane su koordinate dviju točaka:  $P_{5A}(y_{5A}, x_{5A})$ ,  $P_7(y_7, x_7)$ .

Na poznatim točkama mjerena su dva kuta:  $\delta_{5A}$ ,  $\delta_7$ .

Treba izračunati koordinate točke  $D_1(y_{D1}, x_{D1})$ .

Orijentirani smjerni kutovi dobiju se prema izrazima:

$$\begin{aligned}\varphi_{5A} &= v_{5A}^7 - \delta_{5A} \\ \varphi_7 &= v_7^{5A} + \delta_7,\end{aligned}\tag{23}$$

A treći kut u trokutu prema izrazu:

$$\delta = 360^\circ - (\varphi_7 - \varphi_{5A}).\tag{24}$$

Treba zadovoljiti kontrolu:

$$\delta_{5A} + \delta_7 + \delta = 180^\circ.\tag{25}$$

Jednadžba pravca  $p_1$  kroz točku  $P_{5A}$ , odnosno jednadžba pravca  $p_2$  kroz točku  $P_7$ , glasi:

$$\tag{26}$$

$$y_7 = a_2 x_7 + b_2.$$

Koeficijenti smjera pravaca  $p_1$  i  $p_2$  računaju se prema izrazima:

$$\begin{aligned} a_1 &= \tan \varphi_{5A} \\ a_2 &= \tan \varphi_7. \end{aligned} \quad (27)$$

Uvrste li se izrazi (27) u (26), mogu se napisati izrazi za računanje odsječaka pravaca  $p_1$  i  $p_2$  na apscisnoj osi  $y$ :

$$\begin{aligned} b_1 &= y_{5A} - a_1 x_{5A} \\ b_2 &= y_7 - a_2 x_7. \end{aligned} \quad (28)$$

Jednadžba pravca  $p_1$  kroz točku  $D_1$ , odnosno jednadžba pravca  $p_2$  kroz istu točku, glasi:

$$\begin{aligned} y_{D1} &= a_1 x_{D1} + b_1, \\ y_{D1} &= a_2 x_{D1} + b_2. \end{aligned} \quad (29)$$

Kako su lijeve strane u izrazu (29) jednake, mogu se izjednačiti i desne strane:

$$a_1 x_{D1} + b_1 = a_2 x_{D1} + b_2. \quad (30)$$

Iz izraza navedenog gore, izračuna se koordinata  $x_{D1}$  točke  $D_1$ :

$$x_{D1} = \frac{b_2 - b_1}{a_1 - a_2}. \quad (31)$$

Uvrsti li se izraz (31) u izraz (29), može se izračunati koordinata  $y_{D1}$  točke  $D_1$  (Barković i Zrinjski, 2020).

## 5.2. Postupak izjednačenja

Kad se mjere neke veličine u geodetskim zadaćama, kao što su pravci, kutovi ili duljine, ne provode se da se dobiju procjene tih veličina, nego da se odrede i druge veličine, među kojima postoji funkcijska veza. Opća relacija kojom se povezuju te mjerene i tražene veličine zove se model. Kako je uglavnom riječ o matematičkoj vezi, stoga se koristi matematički model (Feil 1989).

Nakon što se uspostavi model, treba utvrditi najmanji broj elemenata kojim je model jednoznačno određen. Broj tih elemenata jednak je neophodnom broju mjerenih veličina  $n_o$ . Na temelju neophodnog broja mjerenih veličina, opažatelj sam bira koje elemente mjeriti. Potrebno je mjeriti više elemenata od najmanjeg broja elemenata, odnosno moraju postojati prekobrojne mjerene veličine  $n_f$ . Kad se označi ukupan broj mjerenih veličina  $n$ , izrazom 32 utvrđuje se broj prekobrojnih mjerenja (Feil 1989):

$$n_f = n - n_o = n - u > 0 \quad (32)$$

Ovisno o vrsti izjednačenja, prema Feilu (1989), postoje:

- direktna mjerenja,
- posredna mjerenja,
- uvjetna mjerenja,
- kombinirane forme izjednačenja.

### 5.2.1. Izjednačenje posrednih mjerenja

Tražene veličine, ili nepoznanice, često se ne mogu neposredno, ili direktno, mjeriti. Nepoznanice se određuju tako da se mjere neke druge veličine pomoću poznatih matematičkih funkcija, što znači da se nepoznanice dobiju na temelju posrednih ili indirektnih mjerenja. Drugim riječima, nepoznanice su funkcije mjerenih veličina (Feil 1989).

Postoje dvije vrste izjednačenja posrednih mjerenja, a to su regularno i singularno izjednačenje. Regularno izjednačenje posrednih mjerenja se provodi u slučaju kad je prilikom određivanja nepoznanica „a priori“ definiran referentni okvir unutar kojeg je te nepoznanice određuju. S druge strane, singularno izjednačenje se obavlja kad referentni okvir za određivanje nepoznanica nije „a priori“ određen, nego je definiran u sklopu samog izjednačenja, ovisno o njegovim svojstvima (Rožić 2007).

Kod posrednih se mjerenja pojedino izjednačeno mjerenje  $\bar{L}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) definira pomoću odgovarajuće funkcije nepoznatih veličina, odnosno funkcije izjednačenih vrijednosti nepoznanica  $\bar{x}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, u$ ). Skup svih funkcija određuje funkcijski model posrednih mjerenja, navedenom pomoću izraza 33:

$$\begin{aligned}
\bar{L}_1 &= f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_u) \\
\bar{L}_2 &= f_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_u) \\
&\vdots \\
\bar{L}_n &= f_n(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_u)
\end{aligned} \tag{33}$$

koji je osnova za izjednačenje. Izjednačenje se provodi metodom najmanjih kvadrata, pod pretpostavkom da su mjerenja opterećena samo slučajnim pogreškama. Na temelju načela

$$v^T P v = v^T Q^{-1} v = \text{minimum} \tag{34}$$

gdje je:

$v_{n \times 1}$  – vektor popravaka mjerenja,

$P_{n \times n}$  – matrica težina mjerenja,

$Q_{n \times n}$  – matrica kofaktora mjerenja,

$n$  – broj mjerenja,

jednoznačno se određuju najvjerojatnije vrijednosti nepoznanica i mjerenja, odnosno njihove najbolje procjene, dok se pomoću popravaka mjerenja određuju pripadni kriteriji točnosti. Prema Rožiću (2007) to su:

- kriteriji točnosti pojedinih mjerenja (standardna odstupanja mjerenja),
- kriteriji točnosti nepoznanica (standardna odstupanja nepoznanica),
- kriteriji točnosti pojedinih izjednačenih mjerenja (standardna odstupanja izjednačenih mjerenja).

Prilikom izjednačenja geodetskih mreža redovito se određuju i kriteriji položajne točnosti točaka unutar mreže, a to su minimalno i maksimalno standardno odstupanje položaja točke ( $S_A$  i  $S_B$ ).

Što se tiče presjeka vanjskih orijentiranih pravaca ili presjeka naprijed, riječ je o nelinearnim funkcijama posrednih mjerenja. Stoga je potrebno ih linearizirati razvojem u Taylorov red čuvanjem samo linearnih članova. Rezultat linearizacije funkcije posrednih mjerenja bit će sustav jednadžbi popravaka:

$$v = Ax - l, \quad (35)$$

gdje je:

$v$  – vektor popravaka mjerenja,

$A$  – matrica koeficijenata jednadžbi popravaka,

$x$  – vektor prikraćenih nepoznanica,

$l$  – vektor prikraćenih mjerenja.

Metodom najmanjih kvadrata dobije se sustav normalnih jednadžbi (Feil 1989):

$$Nx - n = 0 \quad (36)$$

gdje je:

$N$  – matrica koeficijenata normalnih jednadžbi,

$n$  – vektor apsolutnih članova normalnih jednadžbi.

Odnos približnih i prikraćenih vrijednosti nepoznanica, prema Feilu (1989) je:

$$\bar{x} = x_o + x \quad (37)$$

gdje je:

$\bar{x}$  – vektor izjednačenih vrijednosti nepoznanica,

$x_o$  – vektor približnih vrijednosti nepoznanica.

Izjednačenje određeno primjenom izraza 34 se odnosi na slučaj izjednačenja posrednih neovisnih mjerenja različitih točnosti, kad je relativni odnos točnosti mjerenja „a priori“ definiran pripadnim težinama. Matrica težina mjerenja  $P$  definira tzv. stohastički (slučajni) model zato što su mjerenja stohastičke (slučajne) veličine koje pripadaju normalnoj razdiobi. Težine mjerenja su određene referentnom varijancom  $s_o^2$  i varijancama pojedinih mjerenja  $s_i^2$  (Rožić 2007):

$$P = s_0^2 V_u^{-1} = s_0^2 \begin{bmatrix} s_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & s_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_n^2 \end{bmatrix}^{-1} \quad (38)$$

gdje je:

$V_{ll}$  – matrica varijance mjerenja

U slučaju da su mjerenja iste točnosti, matrica težina  $P$  je jedinična matrica ( $P = I$ ). Time je načelo izjednačenja jednostavnije i oblik je opisan izrazom 39 (Rožić 2007):

$$v^T v = \text{minimum} \quad (39)$$

### 5.2.2. Izjednačenje mreže

Glavna razlika između algoritma singularnog i algoritma regularnog izjednačenja posrednih mjerenja je nedefiniranost referentnog sustava u kojem treba odrediti nepoznanice. Matematički gledano, jednadžbama popravaka posrednih mjerenja, to je linearna ovisnost stupčanih vektora matrice koeficijenata  $A$  (defekt ranga) ili linearna ovisnosti nepoznanica. Kako se defekt ranga matrice  $A$  prenosi na matricu koeficijenata normalnih jednadžbi  $N$ , dolazi do singularnosti i time nije moguće koristiti klasičnu inverziju prilikom rješavanja normalnih jednadžbi. Zbog toga što je matrica  $N$  singularna, ovakvo izjednačenje je poznato kao singularno izjednačenje, a defekt ranga matrice  $A$ , odnosno matrice  $N$ , je defekt datuma (Rožić 2007).

Defekt datuma je općenito unaprijed poznat, ovisi o kojoj geodetskoj zadaći je riječ. Ako je u pitanju izjednačenje geodetske mreže, odnosi se na svaku pojedinu vrstu geodetske mreže, sukladno nepoznanicama (koordinate točaka geodetske mreže) i vrsti mjerenja, najmanji broj parametara neophodan za jednoznačno definiranje referentnog koordinatnog sustava. Broj parametara datuma određen je brojem stupnjeva slobode gibanja koordinatnog sustava. Uz poznat defekt datuma, poznati su i određeni broj i vrsta pojedinih defekata datuma (Tablica 5.1) (Rožić 2007).

Tablica 5.1 Parametri i defekti datuma.

| Dimenzije | Naziv mreže i nepoznanice                               | Vrsta mjerenja                | Broj parametara i datuma | Vrsta parametara datuma                                             |
|-----------|---------------------------------------------------------|-------------------------------|--------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| 1D        | Nivelmanska mreža<br>H - visina                         | visinske razlike              | 1                        | H – translacija                                                     |
| 2D        | Trilateracijska mreža<br>Y, X – ravninske koordinate    | horizontalne duljine          | 3                        | X, Y – translacija<br>H – rotacija                                  |
|           | Kombinirana mreža<br>Y, X – ravninske koordinate        | horizontalne duljine i pravci | 3                        | X, Y – translacija<br>H – rotacija                                  |
|           | Triangulacijska mreža<br>Y, X – ravninske koordinate    | horizontalni pravci           | 4                        | X, Y – translacija<br>H – rotacija<br>m – promjena mjerila          |
| 3D        | Trilateracijska mreža<br>Y, X, H – prostorne koordinate | prostorne duljine             | 6                        | X, Y, H – translacija<br>X, Y, H – rotacija<br>m – promjena mjerila |

Centar ili središte algoritma singularnog izjednačenja posrednih mjerenja je računanje pseudoinverzije. Općenito, ukoliko je matrica  $N$  simetrična i singularna matrica sa stvarnim elementima, gdje singularitet nije samo zbog defekta datuma, nego i zbog singulariteta matrice težine mjerenja (jer je  $N = A^T P A$ ), pseudoinverzija provodi pomoću tzv. spektralnog rastavljanja. Prilikom spektralnog rastavljanja matrice  $N$ , određuju se spektralna i modalna matrica sa svojstvenim vrijednostima i svojstvenim vektorima matrice, time omogućujući pseudoinverziju. Bitni su oni svojstveni vektori matrice  $N$  koji odgovaraju svojstvenim vrijednostima matrice  $N$  jednakim nuli. Broj svojstvenih vrijednosti i pripadnih svojstvenih vektora dobije se defektom matrice (Rožić 2007).

Računanje pseudoinverzije se dobije po formuli (Rožić 2007):

$$N^- = Q_{xx} = (N + GG^T)^{-1} - GG^T \quad (40)$$

gdje je:

$G$  – matrica svojstvenih vektora matrice  $N$  za sve svojstvene vrijednosti matrice  $N$  jednake nuli.

Dimenzije, struktura i pojedini elementi matrice  $G$  poznati su i određeni funkcijskim modelom posrednih mjerenja primjenom Helmertove transformacije, odnoseći se na istu geodetsku mrežu na koju se odnosi i matrica  $N$  (Rožić 2007). Za primjer je uzeta ravninska ili dvodimenzionalna geodetske mreža, u nenormiranom obliku. Pod izrazom 41 struktura glasi:

$$G' = [g'_{tx} \ g'_{ty} \ g'_{rH} \ g'_m] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y_1^{or} & x_1^{or} \\ 0 & 1 & x_1^{or} & y_1^{or} \\ 1 & 0 & -y_2^{or} & x_2^{or} \\ 0 & 1 & x_2^{or} & y_2^{or} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & -y_t^{or} & x_t^{or} \\ 0 & 1 & x_t^{or} & y_t^{or} \end{bmatrix} \quad (41)$$

gdje je:

$g'_{tx}$  – svojstveni vektor matrice  $N$  koji odgovara translaciji koordinatnog sustava duži x-osi,

$g'_{ty}$  – svojstveni vektor matrice  $N$  koji odgovara translaciji koordinatnog sustava duž y-osi,

$g'_{rH}$  – svojstveni vektor matrice  $N$  koji odgovara rotaciji koordinatnog sustava oko z-osi,

$g'_m$  – svojstveni vektor matrice  $N$  koji odgovara promjeni mjerila.

Pojedini vektor  $g'$  u matrici  $G'$ , sukladno funkcijskom modelu Helmertove transformacije, odgovara točno određenom parametru datuma, odnosno stupnju slobode gibanja koordinatnog sustava.

Pojedini redni vektor matrice  $G'$  odgovara točno određenoj nepoznanici, odnosno koordinati točke mreže čiji se položaj određuje izjednačenjem, reduciranoj u odnosu na težište mreže:

$$\begin{aligned} x_i^{or} &= x_i^o - x_T^o, \\ y_i^{or} &= y_i^o - y_T^o \end{aligned} \quad (42)$$

gdje su koordinate težišta:

$$x_T^o = \frac{1}{t} \sum_1^t x_i^o, y_T^o = \frac{1}{t} \sum_1^t y_i^o, \quad (43)$$

Radi potrebe očuvanja stabilnosti računanja prilikom pseudoinverzije, uobičajeno se obavlja normiranje matrice  $G'$ , tj. svođenje duljina vektora matrice  $G$  na jediničnu duljinu. Normiranje se obavlja dijeljenjem elemenata pojedinog vektora  $g'$  s pripadnom duljinom tog vektora, tj. (Rožić 2007):

$$g = \frac{1}{\sqrt{(g')^t g'}} g' \quad (44)$$

Nakon obavljenog normiranja matrica:

$$G = [g_{tx} \ g_{ty} \ g_{rH} \ g_m] \quad (45)$$

omogućuje računanje pseudoinverzije sukladno izrazu (37).

### 5.2.3. Izjednačenje vanjskih pravaca

U triangulacijskoj mreži poznate su koordinate točaka  $T_i$ . Izjednačenjem treba odrediti koordinate nove točke  $T$ . Sa svake točke  $T_i$  mjereni su pravci prema nekoliko danih točaka, ali i prema traženoj točki  $T$ , na kojoj nisu obavljena mjerenja (Feil 1989).

U ovom geodetskom zadatku potrebno je da uz nepoznate koordinate točke  $T$ , izjednačenjem se odrede nepoznati kutovi orijentacije na svakoj pojedinoj točki  $T_i$  (Feil 1989).

Sustav jednadžbi popravaka za mjerene pravce sa svake dane točke  $T_i$  se računa prema izrazu 46:

$$\begin{aligned}
v_{i1} &= -z_i - l_{i1} \\
v_{i2} &= -z_i - l_{i2} \\
&\dots \dots \dots \dots \dots \dots \\
v_{in} &= -z_i - l_{in} \\
v_{ir} &= -z_i + a_{ri}x_r + b_{ri}y_r - l_{1r}
\end{aligned} \tag{46}$$

U praksi se često, strogo izjednačenje, zamjenjuje dvama jednostavnijim izjednačenjima. Prvo se provodi stajališno izjednačenje na svim danim točkama  $T_i$ . Zatim se pomoću svih mjerenih pravaca sa danih točaka  $T_i$  na dane točke  $T_j$ , odredi kut orijentacije:

$$z_i = \frac{1}{n} (v_{ij} - \alpha_{ij}) \tag{47}$$

Na kraju se računa orijentirani pravac prema traženoj točki T izrazom 48:

$$\varphi_{ir} = z_i + \alpha_{ir} \tag{48}$$

Drugi postupak izjednačenja naglašava da je orijentirani pravac mjerena veličina. Time sa svake dane točke postoji samo jedan orijentirani pravac. Dakle, između orijentiranih pravaca  $\varphi_i$  i traženih koordinata, ili nepoznanica, postoji ova funkcijska veza (Feil 1989):

$$\tan(\varphi_i + v_i) = \frac{y_o - y_i}{x_o - x_i} \tag{49}$$

ili

$$\varphi_i + v_i = \arctg \left( \frac{y_o - y_i}{x_o - x_i} \right) = f_i(x_o, y_o) \tag{50}$$

Razlike koordinate konvertiraju se u kutnu veličinu tako da se podijele sa konstantom ( $\rho'' = 206265$ ). Ta se konstanta primjenjuje u onim izrazima gdje se računaju koeficijenti uz prikraćene nepoznanice, opisano izrazom 51 (Rožić 2007):

$$v_i = - \left( \rho'' \frac{y_o - y_i}{(d_i^o)^2} \right) x + \left( \rho'' \frac{x_o - x_i}{(d_i^o)^2} \right) y + (n_i - \varphi_i) \tag{51}$$

Kad su u pitanju presjeci pravaca, elementi koeficijenata jednadžbi popravaka se označavaju sa  $a_i$  i  $b_i$  te ovisno o njihovoj ovisnosti o funkciji smjernog kuta se zovu koeficijenti smjera.

$$a_i = -\rho'' \frac{y_o - y_i}{(d_i^o)^2} \text{ i } b_i = \rho'' \frac{x_o - x_i}{(d_i^o)^2} \quad (52)$$

Pomoću koeficijenata smjera, opći postav jednadžbe popravaka pri izjednačenju presjeka vanjskih orijentiranih pravaca zapisan je u izrazu 53 (Rožić 2007):

$$v_i = a_i x + b_i y - l_i \quad (53)$$

### 5.3. Točnost presijecanja

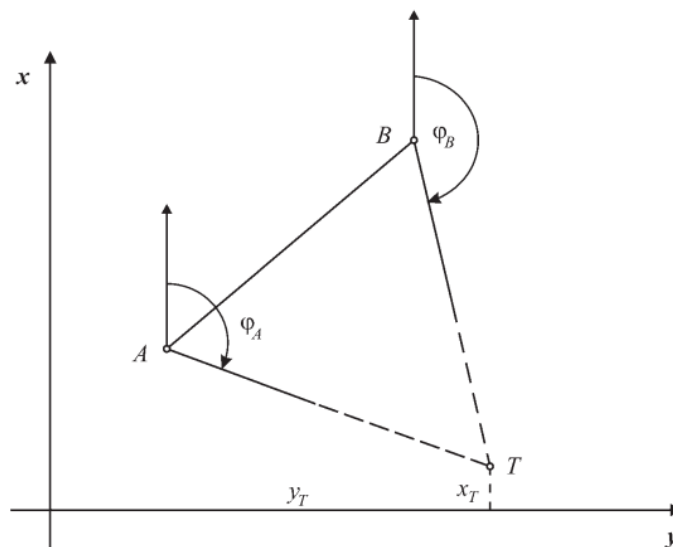
Svrha presjeka naprijed se zasniva na sljedećem: ako se pretpostavi da su poznate dvije točke A i B, te da su izmjereni kutovi  $\alpha$  i  $\beta$  koje s dužinom AB zatvaraju pravci prema nepoznatoj točki T, onda se točka T odredi presjekom pravaca AT i BT.

Poznato je da je pravac u ravnini određen ako su određene dvije točke tog pravca ili ako je određena jedna točka i kut koji taj pravac zatvara s nekim drugim, unaprijed poznatim pravcem. Pri presijecanju, pravci su uobičajeno orijentirani tj. određeni točkom i kutom, zatvoren paralelom s pozitivnim smjerom koordinatne osi x i pravcem (Lapaine i dr. 2014).

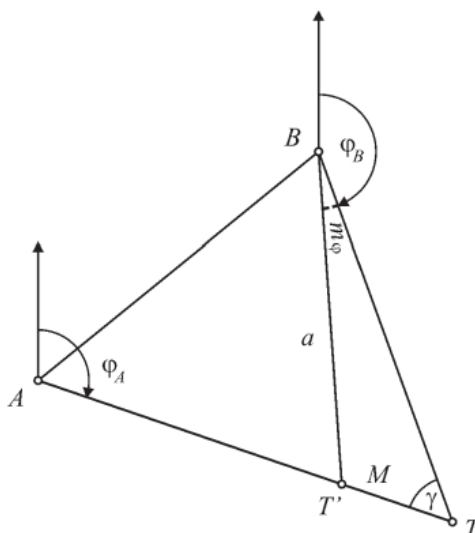
#### 5.3.1. Točnost presijecanja po Mihailoviću

Ako su poznate dvije točke A i B, te dva pravca od kojih jedan prolazi kroz točku A i s paralelom s pozitivnim smjerom koordinatne osi x zatvara kut  $\varphi_A$ , dok drugi prolazi kroz točku B i s paralelom s pozitivnim smjerom koordinatne osi x zatvara kut  $\varphi_B$ . Točka T leži u presjeku tih dvaju pravaca (Slika 13). Ukoliko je smjer pojedinog pravca određen s točnošću  $m_\varphi$ , položajna pogreška M se određuje iz trokuta BTT' (Slika 14) (Lapaine i dr. 2014):

$$M = \frac{a}{\sin \gamma} \sin m_\varphi \approx \frac{a}{\sin \gamma} m_\varphi \quad (54)$$



Slika 13. Točka T kao presjek pravaca iz točaka A i B (Lapaine i dr., 2014).



Slika 14. Položajna pogreška presijecanja (Lapaine i dr., 2014).

Prema Mihailoviću (1981), taj izvod nije sasvim korektan jer su smjerovi obaju pravaca opterećeni pogreškama. Unatoč tome, ta formula definira bitna pravila:

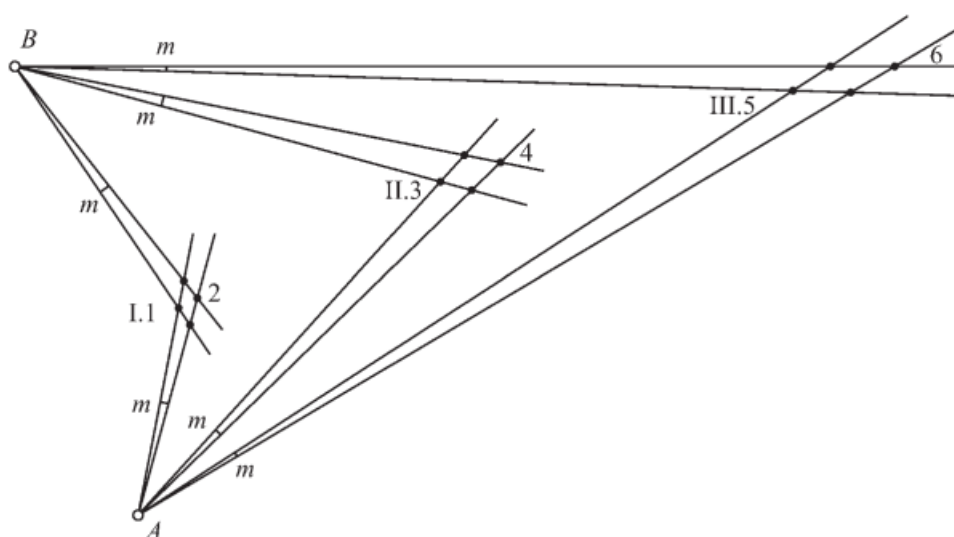
- ako je  $\gamma = 90^\circ$ , onda je  $M_{\min} = \alpha m_\varphi$
- ako je  $\gamma = 30^\circ$ , onda je  $M = 2M_{\min}$
- ako je  $\gamma = 0^\circ$ , onda je  $M = \infty$ .

Na temelju tih pravila točka će biti najbolje određena ako se pravci sijeku pod pravom kutom jer je onda položajna pogreška najmanja. Kad se pravci sijeku pod kutom od  $30^\circ$  onda je položajna pogreška dvostruko veća. To je najveća granična vrijednost položajne pogreške

koja se uvažava. Dakle, dva pravca ne smiju se sjeći pod kutom manjim od  $30^\circ$  ili većim od  $150^\circ$  jer položajna pogreška je prevelika, a ako je jednaka  $0^\circ$  ili  $180^\circ$ , odlazi u beskonačnost. (Lapaine i dr. 2014).

### 5.3.2. Točnost presijecanja po Čubraniću

Prema Čubraniću (1954), objašnjene su metode presijecanja pravaca i Slika 155 ilustrirana položajna pogreška.



Slika 15. Položajna pogreška presijecanja (Lapaine i dr., 2014).

S točaka A i B određuju se točke I, II i III presjekom pravaca. Uz istu pogrešku  $m$  mjerenih pravaca možemo očekivati pogreške u položaju traženih točaka pomoću veličina 12, 34 i 56. Očito je da je položaj točke III kao i točke I poprilično nesiguran, jer kod točke I na relativno kratku dužinu IA i IB dobivamo razmjerno veliku pogrešku. S druge strane, pogreške mjerenja imaju najmanje očitavanje u položaju točke II (Lapaine i dr. 2014).

## 6. PRAKTIČNI DIO

Svrha ovog diplomskog rada je odrediti točnost iskolčenja detaljnih točaka polarnom metodom na području Savskog nasipa na Prisavlju, nedaleko od Hendrixovog mosta (Slika 16). Praktični dio rada započinje uspostavljanjem projekta na temelju kojeg se određuje položaj mreže na kojoj će se obavljati izmjera. Određuju se približne koordinate točaka mreže i koordinate detaljnih točaka za iskolčenje. Zatim se provodi rekognosciranje terena u svrhu traženja postojećih točaka mreže te stabilizacija nove, odnosno dodatne, točke mreže radi optimalnog mjerenja. Terenska mjerenja bila su provedena u dva dana. Prvi dan je uspostavljena mreža, dok je drugi dan provedeno iskolčenje točaka tahimetrijskom metodom, a zatim određivanje položaja metodom presjeka naprijed. Nakon terenske izmjere, provedena je računska obrada podataka mjerenja. Izjednačenje mreže provedeno je u računalnom programu Microsoft Office Excel 2016.



*Slika 16. Savski nasip u Prisavlju (područje crvenog kvadrata - provedena terenska izmjera).*

### 6.1. Korišteni instrumentarij

Za položajnu izmjeru girusnom metodom korištena je geodetska mjerna stanica Leica TC 2003 (Slika 17) s navedenim tehničkim specifikacijama (Tablica 6.1), zajedno s dodatnom pripadajućom opremom:

- četiri stativa,
- četiri podnožne ploče,
- tri prizme,
- dvanaest kolaca za iskolčenje.



Slika 17. Geodetska mjerna stanica Leica TC 2003 (URL 7).

Tablica 6.1 Tehničke specifikacije geodetske mjerne stanice Leica TC 2003.

| Tehničke specifikacije mjerne stanice Leica TC 2003 |                        |               |
|-----------------------------------------------------|------------------------|---------------|
| Preciznost mjerenja pravaca                         | Hz                     | 0,5"          |
|                                                     | V                      | 0,5"          |
| Preciznost mjerenja duljine                         | 1 mm + 1 ppm/3,0 s     |               |
| Doseg                                               | Radno područje         | 5 m – 150 m   |
|                                                     | Točnost pozicioniranja | 5 cm na 100 m |
| Povećanje durbina                                   | 30x                    |               |
| Kompenzator                                         | Radno područje         | 4'            |
|                                                     | Standardno odstupanje  | 0,3"          |

## 6.2. Terenska izmjera

Terenska izmjera provedena je 18. i 19. travnja 2024. godine. Prvog dana su vremenski uvjeti bili promjenjivi, ali drugog dana su bili povoljni (Slika 18).



*Slika 18. Područje terenske izmjere.*

Prije obavljanja same terenske izmjere, na teren su postavljeni stativi na prije navedenim trajno stabiliziranim geodetskim točkama izmjere. Nad svakom točkom je horizontirana i centrirana mjerna stanica Leica TC 2003, zajedno s prizmama na podnožnim pločama, odnosno provedeno je prisilno centriranje. Potom je provedeno mjerenje s točke 12, na koju je postavljen mjerni instrument, dok su na ostale tri navedene točke postavljene prizme. Nakon što se provede mjerenja s jednog stajališta, instrument se postavi na sljedeću stajališnu točku, a na mjesto stativa na kojem je stajao instrument se postavi prizma koja se zaokreće prema instrumentu tako da se može navizirati. Postupak se tako provodi na svim točkama mreže.

Mjerenja su provedena girusnom metodom i to u dva girusa. Instrument se postavi u prvi položaj. Sa stajališta 12 su opažani pravci prema točkama 5A, 7 i 11. Početni pravac je onaj koji se odmjerava prema točki 5A te se s njega postavilo očitavanje približno  $0^\circ$ . Tako su redom dalje opažani pravci prema točkama 7 i 11 u smjeru kazaljke na satu. Time se predstavlja mjerenje u prvom polugirusu. Zatim se instrument postavi u drugi položaj i provode se mjerenja u drugom polugirusu. Ovakvo mjerenje se obavlja u smjeru obrnuto od kazaljke na satu tako da se prvo mjeri prema točki 11, potom prema 7 i 5A. Tako se dobije jedan girus. Kako su se mjerenja provodila u dva girusa, ovaj se postupak ponavlja još jednom, mada se u drugom girusu očitavanje na drugom pravcu postavi na otprilike  $90^\circ$ . Mjerenja (horizontalni pravci i duljine) su zapisana u trigonometrijski obrazac br. 1 uz istovremeno računanje

dvostruke kolimacijske pogreške 2c. Navedeni postupak proveden je sa svakog stajališta te sa svakog je bilo provedeno opažanje istog broja pravaca.

Drugi dan su se provodila mjerenja vanjskih orijentiranih pravaca. Ovdje je bilo dovoljno provoditi mjerenja sa samo tri točke (5A, 7 i 11). Najprije je iskolčeno 12 točaka polarnom metodom, a zatim je točnost iskolčenja provjeravana presjekom vanjskih pravaca. Na primjer, sa stajališta 5A su opažani pravci prema točkama 7 i 11. Početni pravac se odmjerava prema točki 7 i s njega se postavi očitavanje otprilike  $0^\circ$ . Od njega se opaža pravac prema točki 11. Na temelju podataka iz projektnog zadatka, pomoću mjerne stanice, držač prizme bio je navođen da se kreće u smjeru naprijed-nazad i lijevo-desno samo da može postaviti prizmu u točan položaj. Kad ga se dotjera na točnu poziciju, na tom mjestu se zabiju kolci koji označavaju približnu poziciju detaljnih točaka (Slika 19). U prvom položaju se mjerenja provode u smjeru kazaljke na satu, počevši od detaljne točke 1, zatim se instrument postavi u drugi položaj i onda se mjerenja obavljaju u smjeru suprotnom od kazaljke na satu, krenuvši od detaljne točke 12. Na završetku mjerenja u prvom položaju instrumenta i početku mjerenja u drugom položaju instrumenta se još jednom opaža pravac prema drugoj opažanoj geodetskoj točki. Mjerenja (horizontalni pravci) su zapisana u trigonometrijski obrazac br. 1. Ovaj postupak obavljen je na sva tri stajališta.



Slika 19. Metalni kolac za iskolčenje.

### 6.3. Uspostava mreže

Prije obavljanja terenske izmjere, provedeno je rekognosciranje terena radi potrebe pronalaženja postojećih geodetskih točaka te stabilizacije nove geodetske točke s ciljem omogućavanja viziranja između točaka mreže.

Za uspostavu mreže korištene su tri prethodno stabilizirane geodetske točke s jednom novostabiliziranom geodetskom točkom koje skupa formiraju geodetski četverokut. Točke 7, 11 i 12 poznate su otprije i stabilizirane su na terenu. Umjesto točke 5, stabilizirana je točka 5A jer točka 5 ne bi omogućila dogledanje prema točki 11 zbog električnog stupa.

Postojeću mrežu stalnih geodetskih točaka, zajedno sa novostabiliziranom geodetskom točkom, je bilo potrebno izmjeriti. Izmjera je provedena mjerenjima triango-trilateracijske mreže (horizontalni pravci, zenitni kutovi i kose duljine), dok su koordinate određene GNSS služile kao približne vrijednosti tijekom izjednačenja, prikazane u Tablica 6.2.

Tablica 6.2 Popis približnih koordinata točaka geodetske mreže.

| Stajalište | E (m)      | N (m)       |
|------------|------------|-------------|
| 11         | 457946,960 | 5072110,630 |
| 12         | 457951,070 | 5072100,590 |
| 5A         | 457892,830 | 5072073,660 |
| 7          | 457886,040 | 5072086,880 |

## 7. OBRADA I IZJEDNAČENJE PODATAKA

Računska obrada i izjednačenje podataka mjerenja slijedi nakon terenske izmjere. U ovoj mreži je provedeno kombinirano mjerenje duljina i pravaca, odnosno trilateracija i triangulacija. Bilo je potrebno obaviti izjednačenje duljina strana te pravaca singularnom metodom izjednačenja posrednih mjerenja. Podaci mjerenja pravaca su bili upisani u trigonometrijski obrazac br. 1. Primjenom metode najmanjih kvadrata izjednačene su vrijednosti duljina, pravaca te njihovih ocjena točnosti (ocjena točnosti mjerenja, nepoznanica i izjednačenih nepoznanica).

Nakon izjednačenja geodetske mreže, slijedi izjednačenje mjerenja metodom presjeka naprijed, prvo približno, a zatim strogo izjednačenje. Podaci mjerenja se također upisuju u trigonometrijski obrazac br. 1., a zatim se izračunaju vrijednosti koordinata iskolčenih detaljnih točaka i trigonometrijskom i analitičkom metodom. Obje se metode koriste prvenstveno da se utvrdi da su vrijednosti mjerenja jednake. Na temelju dobivenih vrijednosti, pravci mjereni sa poznatih točaka prema detaljnim točkama se uzimaju kao podaci mjerenja u strogo izjednačenje, a za približne nepoznanice se uzimaju koordinate detaljnih točaka. Strogo izjednačenje se provelo regularnim izjednačenjem posrednih mjerenja. Konačnim rezultatom su utvrđene precizne vrijednosti koordinata detaljnih točaka te njihove ocjene točnosti.

### 7.1. Izjednačenje geodetske mreže

Izmjerom geodetske mreže obavljeno je prvo približno, a zatim strogo izjednačenje geodetske mreže. Na temelju približnih koordinata izrađena je skica mreže u svrhu planiranja opažanja. Od svake točke prema drugoj provučene su linije kojim se prikazuje njihovo dogledanje na terenu.

Za instrument je korištena mjerna stanica Leica TC 2003. Izjednačenje je provedeno na temelju približnih koordinata točaka i obavljeno s mjerenjima provedenima na terenu. Excel je isprogramiran na način da uključi svaku kombinaciju opažanja sa svake točke geodetske mreže individualno.

Ovdje je bilo riječ o izjednačenju slobodne mreže primjenom algoritma singularnog izjednačenja posrednih mjerenja metodom najmanjih kvadrata jer nije poznata niti zadana ijedna točka položajno, tj koordinate (apsolutne veličine), nego samo duljine i pravci

(relativne veličine) (Feil 1989). Zbog toga dolazi do defekta datuma koji ovdje iznosi tri jer je riječ o kombiniranoj mreži. Približne vrijednosti koordinate točaka mreže dobivenih na temelju obrade podataka GNSS izmjere određene u HTRS96/TM, definirale su približnu orijentaciju koordinatnog sustava u ravnini HTRS96/TM projekcije.

Pošto dolazi do zajedničkog izjednačenja pravaca i duljina, definirana je matrica koeficijenata jednadžbi popravaka A na temelju funkcija povezanosti mjerenja i nepoznanica, tj. funkcija smjernog kuta i duljine

$$\varphi_i + v_{\varphi_i} + \bar{z}_{T_i} = \arctg \frac{\bar{y}_s - \bar{y}_k}{\bar{x}_s - \bar{x}_k}, \quad (55)$$

gdje je:

$\varphi_i$  – mjereni pravac,

$v_{\varphi_i}$  – popravak pravca

$\bar{z}_{T_i}$  – nepoznanica kuta orijentacije

$\bar{y}_s, \bar{x}_s$  – koordinate stajališne točke

$\bar{y}_k, \bar{x}_k$  – koordinate vizurne točke

$$d_i + v_{d_i} = \sqrt{(\bar{x}_s - \bar{x}_k)^2 + (\bar{y}_s - \bar{y}_k)^2}, \quad (56)$$

gdje je:

$d_i$  – mjerena duljina,

$v_{d_i}$  – popravka duljine

Linearizirane jednadžbe popravaka pravaca

$$v_{\varphi_i} = \rho \frac{y_k^o - y_s^o}{(d_{ks}^o)^2} x_s - \rho \frac{x_k^o - x_s^o}{(d_{ks}^o)^2} y_s - \rho \frac{y_k^o - y_s^o}{(d_{ks}^o)^2} x_k + \rho \frac{x_k^o - x_s^o}{(d_{ks}^o)^2} y_k - \bar{z}_{T_i} + ((n_{\varphi_i} - \varphi_i) - \bar{z}_{T_i}^o) \quad (57)$$

gdje je:

$\bar{z}_{T_i}$  – prikraćena vrijednost nepoznanice kuta orijentacije,

$\bar{z}_{T_i}^o$  – približna vrijednost nepoznanice kuta orijentacije,

$y_s^o, y_k^o, x_s^o, x_k^o$  – približne koordinate nepoznanica,

$y_s, y_k, x_s, x_k$  – prikraćene vrijednosti nepoznanica.

Linearizirane jednadžbe popravaka duljina:

$$v_{d_i} = -\frac{x_s^o - x_k^o}{d_i^{o^2}} x_k - \frac{y_s^o - y_k^o}{d_i^{o^2}} y_k + \frac{x_s^o - x_k^o}{d_i^{o^2}} x_s + \frac{y_s^o - y_k^o}{d_i^{o^2}} y_s + (d_i^o - d_i), \quad (58)$$

gdje je:

$d_i$  – prikraćena vrijednost nepoznanice duljine,

$d_i^o$  – približna vrijednost nepoznanice duljine.

Računanjem koeficijenata jednadžbi popravaka, dobiju se približne vrijednosti smjernih kutova te vektor prikraćenih mjerenja -l. Po Feilu, nakon toga, slijedi postupak Gaussove redukcije u svrhu uklanjanja nepoznanica orijentacije stajališta  $z_{Ti}$ , na temelju kojih se dobiju reducirane jednadžbe popravaka

$$v_r = A_r x - l_r \quad (59)$$

Prilikom rješavanja nekih geodetskih zadaća, postoje neki slučajevi kad je potrebo izjednačiti i kutna i linearna mjerenja, jer je riječ o funkcijama istih nepoznanica. Da bi mogli provesti ista izjednačenja onih mjerenja različitih dimenzija (linearna i nelinearna), treba provesti homogenizaciju. Homogenizacija je postupak koji se obavlja pravilnim određivanjem i pridruživanjem težina pripadnim kutnim i linearnim mjerenjima. Ako je svako pojedinačno kutno i linearno mjerenje određeno različitom točnošću, svakom se mjerenju određuju pripadne težine. Potrebno je definirati konstantu K (Rožić 2007).

$$\begin{aligned} p_{k_i} &= \frac{K}{s_{k_i}^2} \\ p_{d_i} &= \frac{K}{s_{d_i}^2} \end{aligned} \quad (60)$$

gdje je:

K – faktor proporcionalnosti,

$s_{ki}$  – standardno odstupanje pravaca,

$s_{di}$  – standardno odstupanje duljina.

Ako su sva kutna i linearna mjerenja ostvarena s istom točnošću, određena su pripadnim standardnim odstupanjem  $s_k$  i  $s_d$ , težine mjerenja se uz povoljno definiranje konstante  $K$  određuju kao jedinične težine ili uz prethodno već definiranu vrijedno konstante  $K$  ( $K = s_k^2$ ) (Rožić 2007)

$$\begin{aligned} p_{k_i} &= \frac{K}{s_k^2} = \frac{s_k^2}{s_k^2} = 1 \\ p_{d_i} &= \frac{K}{s_d^2} = \frac{s_k^2}{s_d^2} \end{aligned} \quad (61)$$

Neovisno o preciznosti mjerenja pravaca i duljina, faktor proporcionalnosti  $k$  iznosio je 1 te su sva mjerenja pravaca i duljina imale istu težinu.

Struktura matrice  $G'$  određena je izrazom (37) te je dobivena reduciranim približnim vrijednostima koordinata točaka mreže u odnosu na njezino težište (38). Matrica svojstvenih vektora  $G$  definirana je normiranjem stupčanih vektora matrice  $G'$  na jediničnu duljinu (40). Nakon toga provedeno je računanje pseudoinverzije izrazom (36).

Konačne vrijednosti koordinata točaka mreže su prikazani u Tablica 7.1

Tablica 7.1 Izjednačene vrijednosti koordinata točaka geodetske mreže.

| Stajalište | E (m)      | N (m)       |
|------------|------------|-------------|
| 11         | 457946,958 | 5072110,649 |
| 12         | 457951,082 | 5072100,580 |
| 5A         | 457892,829 | 5072073,649 |
| 7          | 457886,021 | 5072086,881 |

U Tablica 7.2 su prikazane izjednačene vrijednosti mjerenih pravaca, dok su u Tablica 7.3 prikazane izjednačene vrijednosti mjerenih duljina:

Tablica 7.2 Izjednačene vrijednosti mjerenih pravaca.

| Oznaka | Stajalište | Vizura | °   | '  | "     | DEG       |
|--------|------------|--------|-----|----|-------|-----------|
| 1      | 11         | 12     | 157 | 43 | 51,80 | 157,73106 |
| 2      | 11         | 5A     | 235 | 38 | 55,34 | 235,64871 |
| 3      | 11         | 7      | 248 | 41 | 44,98 | 258,69583 |
| 4      | 12         | 5A     | 245 | 11 | 30,66 | 245,19185 |
| 5      | 12         | 7      | 258 | 6  | 48,79 | 258,11355 |
| 6      | 12         | 11     | 337 | 43 | 51,80 | 337,71306 |
| 7      | 5A         | 7      | 332 | 46 | 41,04 | 332,77807 |
| 8      | 5A         | 11     | 55  | 38 | 55,34 | 55,64871  |
| 9      | 5A         | 12     | 65  | 11 | 30,66 | 65,19185  |
| 10     | 7          | 11     | 68  | 41 | 44,98 | 68,69583  |
| 11     | 7          | 12     | 78  | 6  | 48,79 | 78,11355  |
| 12     | 7          | 5A     | 152 | 46 | 41,04 | 152,77807 |

Tablica 7.3 Izjednačene vrijednosti mjerenih duljina.

| Oznaka | Stajalište | Vizura | $\bar{D}$ (m) |
|--------|------------|--------|---------------|
| 1      | 11         | 12     | 10,881        |
| 2      | 12         | 5A     | 64,177        |
| 3      | 5A         | 7      | 14,881        |
| 4      | 7          | 11     | 65,408        |
| 5      | 11         | 5      | 65,566        |
| 6      | 12         | 7      | 66,487        |

Izjednačenjem se dobije a priori analiza točnosti, ujedno i kriterij za odabir optimalnog plana mjerenja. Određeno je standardno odstupanje po formuli

$$s_i = \sqrt{\frac{v^T v}{n_f}} \quad (62)$$

koje je iznosilo  $s_i = 1,94$ .

U Tablica 7.4 su upisane točnosti nepoznanica:

Tablica 7.4 Ocjene točnosti nepoznanica geodetske mreže.

| Stajalište | $s_x$ (mm) | $s_y$ (mm) |
|------------|------------|------------|
| 11         | 0,3        | 0,4        |
| 12         | 0,1        | 0,5        |
| 5A         | 0,3        | 0,4        |
| 7          | 0,5        | 0,1        |

U Tablica 7.5 i Tablica 7.6 su upisane točnosti izjednačenih mjerenja pravaca i duljina

Tablica 7.5 Ocjene točnosti izjednačenih mjerenja pravaca.

| Pravac | $\overline{s_\varphi}$ (") |
|--------|----------------------------|
| 1      | 1,25                       |
| 2      | 1,05                       |
| 3      | 1,06                       |
| 4      | 1,06                       |
| 5      | 1,04                       |
| 6      | 1,25                       |
| 7      | 1,25                       |
| 8      | 1,05                       |
| 9      | 1,06                       |
| 10     | 1,05                       |
| 11     | 1,04                       |
| 12     | 1,25                       |

Tablica 7.6 Ocjene točnosti izjednačenih mjerenja duljina.

| Duljina | $\overline{s_d}$ (mm) |
|---------|-----------------------|
| 1       | 0,2                   |
| 2       | 0,9                   |
| 3       | 0,2                   |
| 4       | 1,0                   |
| 5       | 1,0                   |
| 6       | 1,0                   |

Standardno odstupanje položaja točke karakteristični je globalni kriterij položajne točnosti definirano Mittermayerovom formulom (Mittermayer 1972)

$$s_m = \sqrt{\frac{\text{trag} Q_{xx}}{r}} \quad (63)$$

gdje je  $r$  broj točaka u mreži i time je  $s_m$  jednako 0,34 mm.

## 7.2. Približno izjednačenje koordinata detaljnih točaka

Radi potrebe određivanja koordinata detaljnih točaka (1-12), izračunate su približne vrijednosti istih trigonometrijskom metodom presjeka naprijed, čiji je postupak naveden u potpoglavlju 5.1.1. određivanje koordinata točaka vanjskim presijecanjem trigonometrijski. U Tablica 7.7. su prikazane vrijednosti koordinata detaljnih točaka dobivenih iskolčenjem. U Tablica 7.8, Tablica 7.9, i Tablica 7.10 u prikazane vrijednosti koordinata izračunatih metodom presjeka naprijed sa svakog para stajališta.

Tablica 7.7 Zadane koordinate točaka za iskolčenje.

| Detaljna točka | E (m)     | N (m)      |
|----------------|-----------|------------|
| 1              | 457897,71 | 5072092,97 |
| 2              | 457906,73 | 5072097,29 |
| 3              | 457915,75 | 5072101,60 |
| 4              | 457924,78 | 5072105,91 |
| 5              | 457900,95 | 5072086,20 |
| 6              | 457909,97 | 5072090,52 |
| 7              | 457918,99 | 5072094,83 |
| 8              | 457928,01 | 5072099,15 |
| 9              | 457904,18 | 5072079,44 |
| 10             | 457913,21 | 5072083,75 |
| 11             | 457922,23 | 5072088,07 |
| 12             | 457931,25 | 5072092,38 |

Tablica 7.8 Koordinate točaka izračunatih metodom presjeka naprijed sa stajališta 5A i 7.

| Detaljna točka | E (m)     | N (m)      |
|----------------|-----------|------------|
| 1              | 457897,70 | 5072092,99 |
| 2              | 457906,72 | 5072097,33 |
| 3              | 457915,70 | 5072101,64 |
| 4              | 457924,73 | 5072105,96 |
| 5              | 457900,96 | 5072086,25 |
| 6              | 457909,98 | 5072090,56 |
| 7              | 457918,96 | 5072094,89 |
| 8              | 457927,97 | 5072099,22 |
| 9              | 457904,20 | 5072079,47 |
| 10             | 457913,22 | 5072083,81 |
| 11             | 457922,22 | 5072088,13 |
| 12             | 457931,22 | 5072092,48 |

Tablica 7.9 Koordinate točaka izračunatih metodom presjeka naprijed sa stajališta 7 i 11.

| Detaljna točka | E (m)     | N (m)      |
|----------------|-----------|------------|
| 1              | 457897,71 | 5072092,98 |
| 2              | 457906,74 | 5072097,30 |
| 3              | 457915,75 | 5072101,61 |
| 4              | 457924,78 | 5072105,91 |
| 5              | 457900,95 | 5072086,23 |
| 6              | 457909,99 | 5072090,53 |
| 7              | 457918,98 | 5072094,85 |
| 8              | 457928,00 | 5072099,16 |
| 9              | 457904,19 | 5072079,44 |
| 10             | 457913,22 | 5072083,77 |
| 11             | 457922,24 | 5072088,08 |
| 12             | 457931,25 | 5072092,41 |

Tablica 7.10 Koordinate točaka izračunatih metodom presjeka naprijed sa stajališta 11 i 5A.

| Detaljna točka | E (m)     | N (m)      |
|----------------|-----------|------------|
| 1              | 457897,73 | 5072092,99 |
| 2              | 457906,76 | 5072097,31 |
| 3              | 457915,76 | 5072101,61 |
| 4              | 457924,79 | 5072105,92 |
| 5              | 457900,98 | 5072086,25 |
| 6              | 457910,01 | 5072090,54 |
| 7              | 457919,01 | 5072094,86 |
| 8              | 457928,05 | 5072099,19 |
| 9              | 457904,18 | 5072079,44 |
| 10             | 457913,22 | 5072083,77 |
| 11             | 457922,24 | 5072088,08 |
| 12             | 457931,25 | 5072092,41 |

### 7.3. Strogo izjednačenje koordinata detaljnih točaka

Nakon približnog izjednačenja, dolazi do strogog izjednačenja koordinata detaljnih točaka primjenom metode regularnog posrednog mjerenja vanjskih orijentiranih pravaca. Postupak je opisan u potpoglavlju 5.2.3. Ovdje je bilo potrebno izjednačiti mjerene vanjske pravce dobivenih na temelju računanja vanjskih pravaca u približnom izjednačenju. Za svaku detaljnu točku koju je bilo potrebno odrediti izjednačene vrijednosti stajališta ili koordinata

određene su matrice koeficijenata jednadžbi popravaka A, dimenzija 3x2 jer je za svaku detaljnu točku bilo mjereno po tri pravaca te po dvije nepoznanice, što su zapravo približne nepoznanice koordinata detaljnih točaka. Matrica A definirana je na osnovi funkcija povezanosti mjerenja i nepoznanica, tj. funkcija smjernog kuta po izrazu (50). Jednadžbe popravaka za pravce definirane se po izrazu (51). Prilikom računanja koeficijenata jednadžbi popravaka, izračunaju se približni smjerni kutovi te vektor prikraćenih mjerenja -l. Kako je riječ o nelinearnim funkcijama, potrebno ih je linearizirati razvojem u Taylorov red po izrazu (35). Potom se računaju normalne jednadžbe po izrazu (36) te njihov rezultat nam daju vektor prikraćenih mjerenja x, pomoću kojeg se izračunaju izjednačene vrijednosti nepoznanica po izrazu (37), tj. konačne vrijednosti nepoznanica, navedenih u Tablica 7.11.

Tablica 7.11 Konačne vrijednosti koordinata detaljnih točaka.

| Detaljna točka | E (m)      | N (m)       |
|----------------|------------|-------------|
| 1              | 457897,697 | 5072092,993 |
| 2              | 457906,721 | 5072097,329 |
| 3              | 457915,698 | 5072101,638 |
| 4              | 457924,725 | 5072105,960 |
| 5              | 457900,957 | 5072086,252 |
| 6              | 457909,978 | 5072090,565 |
| 7              | 457918,960 | 5072094,894 |
| 8              | 457928,012 | 5072099,249 |
| 9              | 457904,201 | 5072079,477 |
| 10             | 457913,224 | 5072083,814 |
| 11             | 457922,226 | 5072088,135 |
| 12             | 457931,231 | 5072092,483 |

U Tablica 7.12 su navedene izjednačene vrijednosti vanjskih orijentiranih pravaca.

Tablica 7.12 Konačne vrijednosti vanjskih orijentiranih pravaca.

| Detaljna točka | Oznaka      | °   | '  | "      | DEG       |
|----------------|-------------|-----|----|--------|-----------|
| 1              | $\varphi_1$ | 14  | 7  | 25,469 | 14,12374  |
|                | $\varphi_2$ | 62  | 28 | 0.140  | 62,46671  |
|                | $\varphi_3$ | 250 | 15 | 59,936 | 250,26665 |
| 2              | $\varphi_1$ | 30  | 23 | 48,064 | 30,39668  |
|                | $\varphi_2$ | 63  | 18 | 30,308 | 63,30842  |
|                | $\varphi_3$ | 251 | 38 | 36,514 | 251,64348 |
| 3              | $\varphi_1$ | 39  | 15 | 5,464  | 39,25152  |
|                | $\varphi_2$ | 63  | 39 | 4,765  | 63,65132  |
|                | $\varphi_3$ | 253 | 50 | 49,628 | 253,84712 |
| 4              | $\varphi_1$ | 44  | 37 | 49,279 | 44,63036  |
|                | $\varphi_2$ | 63  | 50 | 56,879 | 63,84913  |
|                | $\varphi_3$ | 257 | 57 | 1,911  | 257,95053 |
| 5              | $\varphi_1$ | 32  | 49 | 4,630  | 32,81795  |
|                | $\varphi_2$ | 92  | 30 | 37,616 | 92,51045  |
|                | $\varphi_3$ | 242 | 2  | 51,098 | 242,04753 |
| 6              | $\varphi_1$ | 45  | 23 | 35,009 | 45,39306  |
|                | $\varphi_2$ | 81  | 21 | 6,945  | 81,35193  |
|                | $\varphi_3$ | 241 | 26 | 55,413 | 241,44873 |
| 7              | $\varphi_1$ | 50  | 53 | 19,851 | 50,88885  |
|                | $\varphi_2$ | 76  | 25 | 7,267  | 76,41869  |
|                | $\varphi_3$ | 240 | 32 | 43,468 | 240,54541 |
| 8              | $\varphi_1$ | 53  | 57 | 36,711 | 53,96020  |
|                | $\varphi_2$ | 73  | 41 | 41,981 | 73,69499  |
|                | $\varphi_3$ | 238 | 47 | 43,831 | 238,79551 |
| 9              | $\varphi_1$ | 62  | 52 | 17,857 | 62,87163  |
|                | $\varphi_2$ | 112 | 15 | 24,472 | 112,25680 |
|                | $\varphi_3$ | 233 | 53 | 29,859 | 233,89163 |
| 10             | $\varphi_1$ | 63  | 30 | 34,837 | 63,50968  |
|                | $\varphi_2$ | 96  | 31 | 34,396 | 96,52622  |
|                | $\varphi_3$ | 231 | 27 | 28,523 | 231,45792 |
| 11             | $\varphi_1$ | 63  | 46 | 6,801  | 63,76856  |
|                | $\varphi_2$ | 88  | 6  | 26,833 | 88,10745  |
|                | $\varphi_3$ | 227 | 36 | 26,652 | 227,60740 |
| 12             | $\varphi_1$ | 63  | 52 | 33,967 | 63,87610  |
|                | $\varphi_2$ | 83  | 1  | 38,701 | 83,02742  |
|                | $\varphi_3$ | 220 | 44 | 12,773 | 220,73688 |

Standardno odstupanje mjerenja se računa po izrazu (62), na temelju kojeg su određena standardna odstupanja nepoznanica (Tablica 7.14), standardna odstupanja izjednačenih mjerenja (Tablica 7.15) te standardna odstupanja položaja točaka i parametri Helmertovih elipsi (Tablica 7.16). U Tablica 7.13. su navedena individualna standardna odstupanja mjerenja za svaku individualnu detaljnu točku. Na Slika 20 je skica koja pokazuje pojedine detaljne točke s pripadnim Helmertovim elipsama u odgovarajućem mjerilu. Time se vide položajna točnost detaljnih točaka.

Tablica 7.13. Ocjena točnosti mjerenja pojedinih pravaca.

| Oznaka mjerenja | $s_i$ (") |
|-----------------|-----------|
| 1               | 16,57     |
| 2               | 17,58     |
| 3               | 15,40     |
| 4               | 10,56     |
| 5               | 18,57     |
| 6               | 21,10     |
| 7               | 19,95     |
| 8               | 38,85     |
| 9               | 16,46     |
| 10              | 16,70     |
| 11              | 13,12     |
| 12              | 7,73      |

Tablica 7.14. Ocjena točnosti nepoznanica pojedinih detaljnih točaka.

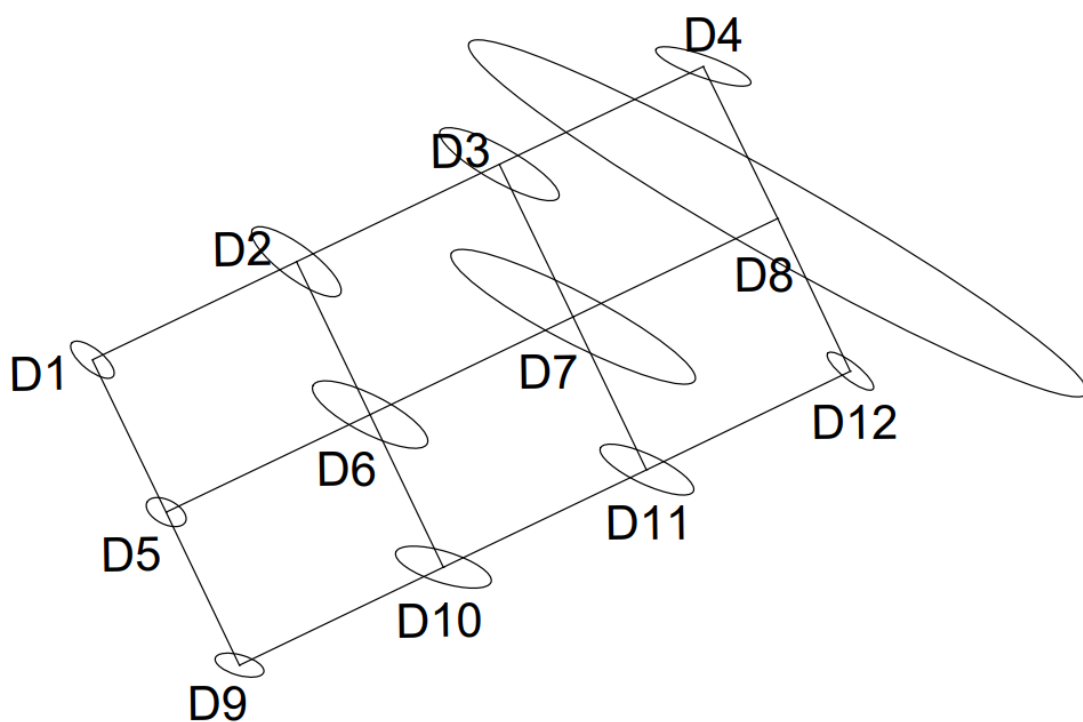
| Detaljna točka | $s_x$ (mm) | $s_y$ (mm) |
|----------------|------------|------------|
| 1              | 1,6        | 1,9        |
| 2              | 3,1        | 4,0        |
| 3              | 3,2        | 5,3        |
| 4              | 1,7        | 4,2        |
| 5              | 1,3        | 1,8        |
| 6              | 3,0        | 5,1        |
| 7              | 6,0        | 10,8       |
| 8              | 15,8       | 27,4       |
| 9              | 1,1        | 2,2        |
| 10             | 1,9        | 4,2        |
| 11             | 2,2        | 4,1        |
| 12             | 1,7        | 2,1        |

Tablica 7.15. Ocjena točnosti izjednačenih mjerenja pojedinih pravaca.

| Detaljna točka | Oznaka mjerenja | $\bar{s}_i$ (") |
|----------------|-----------------|-----------------|
| 1              | $\varphi_1$     | 16,54           |
|                | $\varphi_2$     | 15,96           |
|                | $\varphi_3$     | 4,59            |
| 2              | $\varphi_1$     | 17,40           |
|                | $\varphi_2$     | 14,71           |
|                | $\varphi_3$     | 9,95            |
| 3              | $\varphi_1$     | 14,84           |
|                | $\varphi_2$     | 9,54            |
|                | $\varphi_3$     | 12,76           |
| 4              | $\varphi_1$     | 9,64            |
|                | $\varphi_2$     | 5,18            |
|                | $\varphi_3$     | 10,15           |
| 5              | $\varphi_1$     | 18,32           |
|                | $\varphi_2$     | 18,34           |
|                | $\varphi_3$     | 4,24            |
| 6              | $\varphi_1$     | 20,10           |
|                | $\varphi_2$     | 20,44           |
|                | $\varphi_3$     | 8,32            |
| 7              | $\varphi_1$     | 19,95           |
|                | $\varphi_2$     | 22,16           |
|                | $\varphi_3$     | 14,43           |
| 8              | $\varphi_1$     | 23,22           |
|                | $\varphi_2$     | 37,46           |
|                | $\varphi_3$     | 33,00           |
| 9              | $\varphi_1$     | 15,89           |
|                | $\varphi_2$     | 16,41           |
|                | $\varphi_3$     | 4,45            |
| 10             | $\varphi_1$     | 13,90           |
|                | $\varphi_2$     | 16,38           |
|                | $\varphi_3$     | 9,83            |
| 11             | $\varphi_1$     | 8,22            |
|                | $\varphi_2$     | 12,19           |
|                | $\varphi_3$     | 11,32           |
| 12             | $\varphi_1$     | 4,35            |
|                | $\varphi_2$     | 6,63            |
|                | $\varphi_3$     | 7,53            |

Tablica 7.16 Ocjena točnosti položaja točaka i parametri Helmertovih elipsi.

| Detaljna točka | $s_a$ (mm) | $s_b$ (mm) | °   | '  | "     | DEG       |
|----------------|------------|------------|-----|----|-------|-----------|
| 1              | 2,3        | 0,9        | 141 | 15 | 27,50 | 141,25764 |
| 2              | 4,8        | 1,5        | 143 | 28 | 14,21 | 143,47061 |
| 3              | 6,0        | 1,5        | 150 | 36 | 14,08 | 150,60391 |
| 4              | 4,4        | 1,0        | 160 | 27 | 48,71 | 160,46353 |
| 5              | 1,9        | 1,1        | 152 | 46 | 12,08 | 152,77002 |
| 6              | 5,7        | 1,7        | 152 | 55 | 58,75 | 152,93299 |
| 7              | 12,2       | 2,2        | 152 | 24 | 44,56 | 152,41238 |
| 8              | 31,4       | 3,4        | 150 | 24 | 45,18 | 150,41255 |
| 9              | 2,2        | 0,9        | 163 | 52 | 41,95 | 163,87832 |
| 10             | 4,4        | 1,4        | 162 | 50 | 33,77 | 162,84271 |
| 11             | 4,5        | 1,3        | 155 | 00 | 46,71 | 155,01297 |
| 12             | 2,5        | 0,7        | 141 | 48 | 47,43 | 141,81317 |



Slika 20. Položajne točnosti detaljnih točaka u mreži (Mjerilo elipsi 500:1).

Na kraju je potrebno provesti usporedbu koordinata točaka. To se provodi tako da se pod TREBA uzimaju koordinate točaka koje je trebalo iskolčiti polarnom metodom, dok se pod IMA uzimaju koordinate točaka koje smo stvarno iskolčili, dobivenih presjekom vanjskih pravaca. Rezultati su prikazani u Tablica 7.17 i Tablica 7.18.

$$\Delta E = E_{TREBA} - E_{IMA}$$

$$\Delta N = N_{TREBA} - N_{IMA} \quad (64)$$

$$d = \sqrt{\Delta E^2 + \Delta N^2}$$

Tablica 7.17 Usporedba koordinata točaka TREBA i IMA

| Detaljna točka | E (TREBA) (m) | N (TREBA) (m) | E (IMA) (m) | N (IMA) (m) |
|----------------|---------------|---------------|-------------|-------------|
| 1              | 457897,71     | 5072092,97    | 457897,713  | 5072092,985 |
| 2              | 457906,73     | 5072097,29    | 457906,740  | 5072097,312 |
| 3              | 457915,75     | 5072101,60    | 457915,734  | 5072101,619 |
| 4              | 457924,78     | 5072105,91    | 457924,767  | 5072105,931 |
| 5              | 457900,95     | 5072086,20    | 457900,964  | 5072086,242 |
| 6              | 457909,97     | 5072090,52    | 457909,993  | 5072090,544 |
| 7              | 457918,99     | 5072094,83    | 457918,982  | 5074094,867 |
| 8              | 457928,01     | 5072099,15    | 457928,007  | 5072099,194 |
| 9              | 457904,18     | 5072079,44    | 457904,190  | 5072079,454 |
| 10             | 457913,21     | 5072083,75    | 457913,222  | 5072083,784 |
| 11             | 457922,23     | 5072088,07    | 457922,230  | 5072088,096 |
| 12             | 457931,25     | 5072092,38    | 457931,243  | 5072092,435 |

Tablica 7.18 Razlika koordinata točaka TREBA i IMA

| Detaljna točka | $\Delta E$ (m) | $\Delta N$ (m) | d (mm) |
|----------------|----------------|----------------|--------|
| 1              | 0,003          | 0,015          | 15     |
| 2              | 0,010          | 0,022          | 24     |
| 3              | -0,016         | 0,019          | 25     |
| 4              | -0,013         | 0,021          | 25     |
| 5              | 0,014          | 0,042          | 44     |
| 6              | 0,023          | 0,024          | 34     |
| 7              | -0,008         | 0,037          | 37     |
| 8              | -0,003         | 0,044          | 44     |
| 9              | 0,010          | 0,014          | 17     |
| 10             | 0,012          | 0,034          | 36     |
| 11             | 0,000          | 0,026          | 26     |
| 12             | -0,007         | 0,055          | 56     |

## 8. ZAKLJUČAK

Metode iskolčenja su oduvijek igrale ključnu ulogu u geodeziji. Kako se projekt prenosi sa zaslona na teren, tako se nastoji postići da predmeti iskolčenja budu što točniji, precizniji i pouzdaniji. Kako se iskolčenje obavlja već stoljećima, svaka od metoda, bilo da je tradicionalna ili moderna, ima svoje prednosti te isto tako i svoje mane. Neke metode zahtijevaju puno vremena samo da bi se iskolčenje provelo sa što većom točnošću, mada to ne garantira da će predmet iskolčenja biti tako točan. S druge strane, moderne metode iskolčenja, kao što je GNSS, omogućava provođenje iskolčenja u što kraćem vremenskom roku te po mogućnosti, doseže visoku točnost, preciznost i pouzdanost.

Terenska izmjera u sklopu ovog diplomskog rada poslužila je tome kako postići što točniju metodu iskolčenja. Prenošenjem podataka sa zaslona računala u programu AutoCAD na teren, zabijali su se metalni kolci na mjestima na kojima je bilo potrebno obaviti iskolčenje. Na tim mjestima su se utvrđivali položaji koordinata točaka koje je bilo potrebno izračunati primjenom metode presjeka naprijed. Na temelju dobivenih rezultata utvrđivale su se ocjene točnosti pojedinih detaljnih točaka objekta kojeg je bilo potrebno iskolčiti. Sve ostale su unutar dozvoljenih granica.

Ukoliko se rezultati mjerenja usklade bez da se uključi detaljna točka 8 sa svojim velikim odstupanjem, iznosi ocjena točnosti će uvelike rezultirati podjednakim vrijednostima. Na temelju tih vrijednosti, primjenom metode iskolčenja koja se provela u sklopu ovog diplomskog rada, lako je moguće postići homogenost točaka geodetske osnove za potrebe obavljanja geodetskih radova. Treba uzeti u obzir specifikacije instrumentarija i pribora te s kojom točnošću se provode mjerenja. Na osnovi tih uvjeta, moguće je provesti iskolčenje točaka čije položaje treba obaviti izmjerom čak i sa geodetskom mjernom stanicom samo da bi se ostvarila i izotropnost točaka geodetske osnove. U optimalnom slučaju, postići i homogenost i izotropnost.

Temeljem postizanja dobrih rezultata mjerenja, uz iznimku te jedne točke, cilj je bio usporediti metode iskolčenja te utvrditi s kojom točnošću se provode. Takvi rezultati se mogu upotrijebiti za potrebe provođenja terenske nastave u sklopu više različitih kolegija Geodetskog fakulteta. Time bi se metoda, kao što je bila u ovom diplomskom radu, nadograđivala i usavršavala nadalje.

## LITERATURA

Bačić, Ž., Bašić, T. (1999): Satelitska geodezija II, interna skripta, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

Barković, Đ., Zrinjski, M. (2002): Terenska mjerenja, skripta, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

Džapo, M., Ivošević, M., Lasić, Z., Šljivarić M. (2017): Prednosti kodirane izmjere detalja, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

Feil, L. (1989): Teorija pogrešaka i račun izjednačenja – 1. dio, skripta, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

Feil, L. (1990): Teorija pogrešaka i račun izjednačenja – 2. dio, skripta, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

Frančula. N., Lapaine, M. (2008): Geodetsko-geoinformatički rječnik Državna geodetska uprava, Zagreb.

Grgić, I., Barišić, B., Šabić Grgić, N. (2015): Primjena inženjerske geodezije u visokogradnji, Hrvatski geodetski institut, Zagreb.

Grgić, I., Bašić, T., Markovinović, D. (2012): Utjecaj konfiguracije reljefa na preciznost geodetskih mjerenja, Geodetski list, Vol. 66 (89), No. 4., 231-244.

Grgić, I., Kapović, Z., Šabić Grgić, N. (2007): Primjena GPS-a na uspostavi geodetske osnove za potrebe tunelogradnje, Geodetski list, Vol. 61 (84), No 2., 113-127.

Gülal, E., Anil Dindar, A., Akpınar, B., Tiryakioglu, I., Onur Aykut, N., Erdogan, H. (2015): Analiza i upravljanje GNSS podacima referentne postaje, Yildiz Technical University in Istanbul, Istanbul.

Kapetanović, N., Selešković, F. (1999): Geodezija, Građevinski fakultet Univerziteta u Sarajevu, Sarajevo.

Kapović, Z. (2010): Geodezija u niskogradnji, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

Lapaine, M., Tutek, Ž., Triplat Horvat, M. (2014): Točnost presjeka naprijed, Geodetski list, Vol. 68 (91), No 3., 185-202.

Lasić, Z. (2007): Geodetski instrumenti, skripta, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

Macarol, S. (1985): Praktična geodezija, Tehnička knjiga, četvrto popravljeno izdanje, Zagreb.

Narodne novine (2014): Pravilnik o geodetskom projektu, Narodne novine br. 12, Zagreb.

Paar, R., Kapović, Z., Marendić, A. (2006): Geodetske osnove za posebne namjene, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

Roić, M., Cetl, V. (2005): Transformacije geometrijskih podataka u katastru, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

Rožić, N. (2007): Računska obrada geodetskih mjerenja, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

Zrinjski, M., Bačić, Ž., Barković, Đ. (2005): Modernizacija GPS-a (GNSS-2), Geodetski list, Vol 59 (82), No 1., 45-61.

Zrinjski, M., Barković, Đ., Matika, K. (2019): Razvoj i modernizacija GNSS-a, Geodetski list, Vol. 73 (96), No 1., 45-65.

## Mrežne adrese

URL 1: Hrvatski jezični portal,

<https://croatian.en-academic.com/53687>

(20. 8. 2024.).

URL 2: Geodezija, Geodetska škola Zagreb,

[https://geoskolazg.weebly.com/uploads/1/8/2/5/18250091/\\_geodezija\\_4\\_-tahimetrija.pdf](https://geoskolazg.weebly.com/uploads/1/8/2/5/18250091/_geodezija_4_-tahimetrija.pdf)

(20. 8. 2024.).

URL 3: GPS Space Segment,

<https://www.gps.gov/systems/gps/space/>  
(20. 8. 2024.).

URL 4: GPS Control Segment,

<https://www.gps.gov/systems/gps/control/>  
(20. 8. 2024.).

URL 5: Scientific American,

<http://www.sciam.com/article.cfm?articleID=00001004-9FF8-1F46-B0B980A841890-000>  
(20. 8. 2024.).

URL 6: The Aerospace Corporation,

<https://aerospace.org/publications/crosslink/>  
(20. 8. 2024.).

URL 7: Leica TC2003,

[https://www.geotech.sk/downloads/Totalne-stanice/TPS2000\\_brochure\\_en.pdf](https://www.geotech.sk/downloads/Totalne-stanice/TPS2000_brochure_en.pdf)  
(20. 8. 2024.).

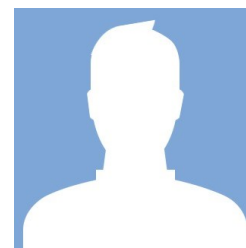
## POPIS SLIKA

|                                                                                                      |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| SLIKA 1. HOMOGENOST I IZOTROPNOST GEODETSKE MREŽE (PREMA KAPOVIĆ 2010). ....                         | 3  |
| SLIKA 2. ELEMENTI I POGREŠKE POLARNE METODE ISKOLČENJA (PREMA KAPOVIĆ 2010). ....                    | 6  |
| SLIKA 3. METODA ISKOLČENJA TOČKE PRESJEKOM LINIJA (PREMA KAPOVIĆ 2010). ....                         | 7  |
| SLIKA 4. PRIKAZ ISKOLČENJA SA SLOBODNOG STAJALIŠTA (KAPOVIĆ 2010). ....                              | 8  |
| SLIKA 5. KONAČNA DULJINA IZMJERENA DALJINOMJEROM (KAPOVIĆ 2010). ....                                | 12 |
| SLIKA 6. ISKOLČENJE VISINE - VISINSKE RAZLIKE (KAPOVIĆ 2010). ....                                   | 13 |
| SLIKA 7. TAHIMETRIJA (URL 2). ....                                                                   | 16 |
| SLIKA 8. SVEMIRSKI SEGMENT GPS-A (URL 3). ....                                                       | 18 |
| SLIKA 9. KONTROLNI SEGMENT GPS-A (URL 4). ....                                                       | 19 |
| SLIKA 10. ORIJENTACIJA SMJERNOG KUTA (PREMA BARKOVIĆ I ZRINJSKI, 2020). ....                         | 22 |
| SLIKA 11. PRESJEK NAPRIJED NA TRIGONOMETRIJSKI NAČIN – PRIMJER. ....                                 | 24 |
| SLIKA 12. PRESJEK NAPRIJED NA ANALITIČKI NAČIN – PRIMJER. ....                                       | 26 |
| SLIKA 13. TOČKA T KAO PRESJEK PRAVACA IZ TOČAKA A I B (LAPAINÉ I DR., 2014). ....                    | 37 |
| SLIKA 14. POLOŽAJNA POGREŠKA PRESIJEKANJA (LAPAINÉ I DR., 2014). ....                                | 37 |
| SLIKA 15. POLOŽAJNA POGREŠKA PRESIJEKANJA (LAPAINÉ I DR., 2014). ....                                | 38 |
| SLIKA 16. SAVSKI NASIP U PRISAVLJU (PODRUČJE CRVENOG KVADRATA - PROVEDENA<br>TERENSKA IZMJERA). .... | 39 |
| SLIKA 17. GEODETSKA MJERNA STANICA LEICA TC 2003 (URL 7). ....                                       | 40 |
| SLIKA 18. PODRUČJE TERENSKO IZMJERE. ....                                                            | 41 |
| SLIKA 19. METALNI KOLAC ZA ISKOLČENJE. ....                                                          | 42 |
| SLIKA 20. POLOŽAJNE TOČNOSTI DETALJNIH TOČAKA U MREŽI (MJELO ELIPSI 500:1). ....                     | 56 |

## POPIS TABLICA

|                                                                                                     |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| TABLICA 5.1 PARAMETRI I DEFEKTI DATUMA. ....                                                        | 32 |
| TABLICA 6.1 TEHNIČKE SPECIFIKACIJE GEODETSKE MJERNE STANICE LEICA TC 2003.....                      | 40 |
| TABLICA 6.2 POPIS PRIBLIŽNIH KOORDINATA TOČAKA GEODETSKE MREŽE. ....                                | 43 |
| TABLICA 7.1 IZJEDNAČENE VRIJEDNOSTI KOORDINATA TOČAKA GEODETSKE MREŽE. ....                         | 47 |
| TABLICA 7.2 IZJEDNAČENE VRIJEDNOSTI MJERENIH PRAVACA. ....                                          | 48 |
| TABLICA 7.3 IZJEDNAČENE VRIJEDNOSTI MJERENIH DULJINA. ....                                          | 48 |
| TABLICA 7.4 OCJENE TOČNOSTI NEPOZNANICA GEODETSKE MREŽE. ....                                       | 49 |
| TABLICA 7.5 OCJENE TOČNOSTI IZJEDNAČENIH MJERENJA PRAVACA. ....                                     | 49 |
| TABLICA 7.6 OCJENE TOČNOSTI IZJEDNAČENIH MJERENJA DULJINA. ....                                     | 49 |
| TABLICA 7.7 ZADANE KOORDINATE TOČAKA ZA ISKOLČENJE.....                                             | 50 |
| TABLICA 7.8 KOORDINATE TOČAKA IZRAČUNATIH METODOM PRESJEKA NAPRIJED SA<br>STAJALIŠTA 5A I 7. ....   | 50 |
| TABLICA 7.9 KOORDINATE TOČAKA IZRAČUNATIH METODOM PRESJEKA NAPRIJED SA<br>STAJALIŠTA 7 I 11. ....   | 51 |
| TABLICA 7.10 KOORDINATE TOČAKA IZRAČUNATIH METODOM PRESJEKA NAPRIJED SA<br>STAJALIŠTA 11 I 5A. .... | 51 |
| TABLICA 7.11 KONAČNE VRIJEDNOSTI KOORDINATA DETALJNIH TOČAKA. ....                                  | 52 |
| TABLICA 7.12 KONAČNE VRIJEDNOSTI VANJSKIH ORIJENTIRANIH PRAVACA. ....                               | 53 |
| TABLICA 7.13. OCJENA TOČNOSTI MJERENJA POJEDINIH PRAVACA.....                                       | 54 |
| TABLICA 7.14. OCJENA TOČNOSTI NEPOZNANICA POJEDINIH DETALJNIH TOČAKA.....                           | 54 |
| TABLICA 7.15. OCJENA TOČNOSTI IZJEDNAČENIH MJERENJA POJEDINIH PRAVACA. ....                         | 55 |
| TABLICA 7.16 OCJENA TOČNOSTI POLOŽAJA TOČAKA I PARAMETRI HELMERTOVIH ELIPSI... ..                   | 56 |
| TABLICA 7.17 USPOREDBA KOORDINATA TOČAKA TREBA I IMA.....                                           | 57 |
| TABLICA 7.18 RAZLIKA KOORDINATA TOČAKA TREBA I IMA.....                                             | 57 |

# EUROPEAN CURRICULUM VITAE FORMAT



## OSOBNJE OBAVIJESTI

|               |                                    |
|---------------|------------------------------------|
| Ime           | Daniel Štefulić                    |
| Adresa        | Ulica Đure Marušića 4, 23000 Zadar |
| Telefon       | +385957242886                      |
| E-pošta       | danielstefulic19@gmail.com         |
| URL           | -                                  |
| Nacionalnost  | Hrvat                              |
| Državljanstvo | Hrvatsko                           |
| Datum rođenja | 18. travnja 1999.                  |

## RADNO ISKUSTVO

- |                                      |                                                                                                                |
|--------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| • Datum (od – do)                    | Studeni 2023. – Ožujak 2024.                                                                                   |
| • Naziv i sjedište tvrtke zaposlenja | GEO POINT d.o.o.                                                                                               |
| • Vrsta posla ili područje           | Geodetski ured                                                                                                 |
| • Zanimanje i položaj koji obnaša    | Geodet                                                                                                         |
| • Osnovne aktivnosti i odgovornosti  | Izrađivanje i slaganje elaborata u SDGE, terenska izmjera                                                      |
| • Datum (od – do)                    | Lipanj 2021. – Rujan 2021., Srpanj 2022. – Rujan 2022., Srpanj 2023. – Rujan 2023., Srpanj 2024. – Rujan 2024. |
| • Naziv i sjedište tvrtke zaposlenja | LEGENDICA VIS d.o.o.                                                                                           |
| • Vrsta posla ili područje           | Wolt dostava                                                                                                   |
| • Zanimanje i položaj koji obnaša    | Dostavljač                                                                                                     |
| • Osnovne aktivnosti i odgovornosti  | Primanje i dostavljanje hrane i narudžbi mušterijama                                                           |
| • Datum (od – do)                    | Srpanj 2020.                                                                                                   |
| • Naziv i sjedište tvrtke zaposlenja | Teodolit d.o.o.                                                                                                |
| • Vrsta posla ili područje           | Geodetski ured                                                                                                 |
| • Zanimanje i položaj koji obnaša    | Geodet                                                                                                         |

- Osnovne aktivnosti i odgovornosti

Izrađivanje i slaganje elaborata u SDGE, terenska izmjera

## ŠKOLOVANJE I IZOBRAZBA

- |                                    |                                                                                                  |
|------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| • Datum (od – do)                  | Listopad 2022. – Rujan 2024.                                                                     |
| • Naziv i vrsta obrazovne ustanove | Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Diplomski studij                                       |
| • Osnovni predmet /zanimanje       | Usmjerenje Geodezija                                                                             |
| • Naslov postignut obrazovanjem    | Magistar inženjer geodezije i geoinformatike (mag. ing. geod. et. geoinf.)                       |
| • Stupanj nacionalne kvalifikacije | Sveučilišni preddiplomski studij                                                                 |
| • Datum (od – do)                  | Listopad 2018. – Srpanj 2022.                                                                    |
| • Naziv i vrsta obrazovne ustanove | Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Preddiplomski studij                                   |
| • Osnovni predmet /zanimanje       | Geodezija i geoinformatika                                                                       |
| • Naslov postignut obrazovanjem    | Sveučilišni prvostupnik inženjer geodezije i geoinformatike (univ. bacc. ing. geod. et. geoinf.) |
| • Stupanj nacionalne kvalifikacije | Gimnazijsko srednjoškolsko obrazovanje                                                           |
| • Datum (od – do)                  | Rujan 2014. – Lipanj 2018,                                                                       |
| • Naziv i vrsta obrazovne ustanove | Gimnazija Vladimira Nazora, Zadar, Jezična gimnazija                                             |
| • Osnovni predmet /zanimanje       |                                                                                                  |
| • Naslov postignut obrazovanjem    |                                                                                                  |
| • Stupanj nacionalne kvalifikacije |                                                                                                  |

## OSOBNOSTNE VJEŠTINE I SPOSOBNOSTI

### MATERINSKI JEZIK

### HRVATSKI JEZIK

### DRUGI JEZICI

### ENGLESKI JEZIK

- sposobnost čitanja
- sposobnost pisanja
- sposobnost usmenog izražavanja

IZVRSNO  
VRLO DOBRO  
VRLO DOBRO

### NJEMAČKI JEZIK

- sposobnost čitanja VRLO DOBRO
- sposobnost pisanja VRLO DOBRO
- sposobnost usmenog izražavanja VRLO DOBRO

**TALIJANSKI JEZIK**

- sposobnost čitanja DOBRO
- sposobnost pisanja DOBRO
- sposobnost usmenog izražavanja DOBRO

**SOCIJALNE VJEŠTINE I SPOSOBNOSTI**

*Življenje i rad s drugim ljudima u višekulturnim okolinama gdje je značajna komunikacija, gdje je timski rad osnova (npr. u kulturnim ili sportskim aktivnostima).*

- dobre komunikacijske vještine
- odlučnost
- organiziranost
- mogućnost timskog rada

**ORGANIZACIJSKE VJEŠTINE I SPOSOBNOSTI**

*Npr. koordinacija i upravljanje osobljem, projektima, financijama; na poslu, u dragovoljnom radu (npr. u kulturi i športu) i kod kuće, itd.*

- organiziranje projekata

**TEHNIČKE VJEŠTINE I SPOSOBNOSTI**

*S računalima, posebnim vrstama opreme, strojeva, itd.*

- rad u programu MS Office (Word, Excel, PowerPoint)
- rad sa GIS i CAD programima

VOZAČKA DOZVOLA B

**DODATNE OBAVIJESTI**