

Analiza točnosti određivanja koordinata točaka primjenom metode slobodnog stajališta

Bikčević, Mihael

Master's thesis / Diplomski rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Geodesy / Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:256:211181>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-09-15**



Repository / Repozitorij:

repozitorij.geof.unizg.hr/en



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
GEODETSKI FAKULTET**

Mihael Bikčević

**ANALIZA TOČNOSTI ODREĐIVANJA
KOORDINATA TOČKA PRIMJENOM METODE
SLOBODNOG STAJALIŠTA**

Diplomski rad

Zagreb, 2024.

Mihael Bikčević ♦ DIPLOMSKI RAD ♦ 2024.

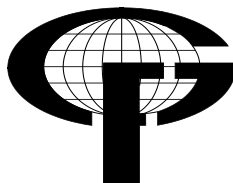
SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
GEODETSKI FAKULTET



Mihael Bikčević

**Analiza točnosti određivanja koordinata točaka
primjenom metode slobodnog stajališta**

Diplomski rad



Zagreb, 2024.

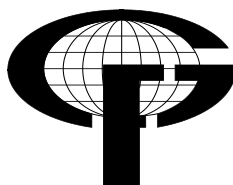
UNIVERSITY OF ZAGREB
FACULTY OF GEODESY



Mihael Bikčević

**Accuracy analysis of point coordinate
determination using the free station method**

Diploma Thesis



Zagreb, 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

GEODETSKI FAKULTET



Na temelju članka 19. Etičkog kodeksa Sveučilišta u Zagrebu i Odluke br.: 1_349_11 Fakultetskog vijeća Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, od 26. 10. 2017. godine (klasa: 643-03/16-07/03), uređena je obaveza davanja „Izjave o izvornosti“ diplomskog rada / specijalističkog rada / doktorskog rada koji se vrednuju na diplomskom studiju, specijalističkom studiju i poslijediplomskom doktorskome studiju geodezije i geoinformatike, a u svrhu potvrđivanja da je rad izvorni rezultat rada studenta te da taj rad ne sadržava druge izvore osim onih koji su u njima navedeni.

IZJAVLJUJEM

Izjavljujem da je moj diplomski rad / specijalistički rad / doktorski rad izvorni rezultat mojeg rada te da se u izradi tog rada nisam koristio drugim izvorima osim onih koji su u njemu navedeni.

Datum:

Ime i prezime:

Zahvaljujem se svim profesorima i asistentima koji su mi prenijeli svoja znanja i iskustva.

Zahvaljujem se obitelji i prijateljima na podršci, savjetima i razumijevanju koje su pokazali tijekom mojeg dugogodišnjeg obrazovanja.

Veliko hvala mentorima prof. dr. sc. Đuri Barkoviću i dr. sc. Sergeju Baričeviću te posebno voditelju asistentu Ivanu Ljubičiću, mag. ing. geod. et geoinf. na savjetima i pomoći tijekom izrade diplomskog rada.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
GEODETSKI FAKULTET
ZAVOD ZA PRIMIJENJENU GEODEZIJU
KATEDRA ZA ZEMLJOMJERSTVO
STUDENT: Mihael Bikčević

ZADATAK ZA DIPLOMSKI RAD

U diplomskom radu potrebno je geodetskom izmjerom prikupiti podatke na terenu te provesti analizu točnosti određivanja koordinata točaka primjenom metode slobodnog stajališta i optimalnosti primjene metode u različitim geodetskim zadacima.

U tu svrhu je potrebno obraditi sljedeće:

- opisati teorijsku osnovu metoda određivanja koordinata geodetskih točaka,
- dati pregled primijenjenog instrumentarija i pribora,
- dati pregled terenskog postupka izmjere, uspostaviti i izmjeriti geodetsku mikromrežu,
- obaviti potrebna izjednačenja,
- analizirati podatke,
- dokumentirati dobivene rezultate.

U Zagrebu, 16. siječnja 2024. godine

Mentor:

prof. dr. sc. Đuro Barković

I. AUTOR	
Ime i prezime:	Mihael Bikčević
Datum i mjesto rođenja:	11.8.2000., Slavonski Brod, Hrvatska
II. DIPLOMSKI RAD	
Naslov:	Analiza točnosti određivanja koordinata točaka primjenom metode slobodnog stajališta
Broj stranica:	54
Broj tablica:	21
Broj slika:	24
Broj bibliografskih podataka:	27 + 11 mrežnih adresa
Mentor:	prof. dr. sc. Đuro Barković
Drugi mentor:	dr. sc. Sergej Baričević
Voditelj:	Ivan Ljubičić, mag. ing. geod. et geoinf.
III. OCJENA I OBRANA	
Datum zadavanja zadatka:	16.1.2024.
Datum obrane:	5.7.2024.
Sastav povjerenstva pred kojim je branjen diplomski rad:	prof. dr. sc. Đuro Barković dr. sc. Sergej Baričević prof. dr. sc. Mladen Zrinjski

Analiza točnosti određivanja koordinata točaka primjenom metode slobodnog stajališta

SAŽETAK:

Određivanje koordinata geodetskih točaka ima ključnu ulogu u geodeziji, kartografiji, građevinarstvu i drugim disciplinama koje zahtijevaju točne prostorne podatke. Razvojem tehnologije napredovale su različite metode određivanja koordinata geodetskih točaka. Uz tradicionalne geodetske metode kao što su triangulacija, trilateracija, poligonometrija, metoda presjeka pravaca, danas je sve više u primjeni metoda slobodnog stajališta. Svaka od prethodno navedenih metoda ima prednosti i nedostatke, a u ovom radu je provedena analiza i usporedba metoda obuhvaćajući teorijsku i praktičnu analizu podataka. Analiza rezultata uključivala je usporedbu točnosti podudaranja izračunatih koordinata detaljnih točaka opažanih različitim geodetskim metodama čime se omogućuje odabir najprikladnije metode za specifične projekte i uvjete rada. Dodatno je obavljena analiza koordinata prikupljenih pomoću navigacijskih satelitskih sustava koje nude ograničen stupanj točnosti, ali su dokaz da klasične geodetske metode zadržavaju važnost u situacijama gdje najmodernije metode nisu dostupne, dovoljno točne ili su nepraktične. Cilj ovog rada je doprinijeti boljem razumijevanju određivanja koordinata metodom slobodnog stajališta te olakšati odabir optimalne metode čime se postiže veća točnost i efikasnost u praksi.

Ključne riječi: metoda slobodnog stajališta, precizna geodetska mjerenja, računanje točnosti.

Accuracy analysis of point coordinate determination using the free station method

ABSTRACT:

Determining the coordinates of geodetic points plays a crucial role in geodesy, cartography, civil engineering, and other fields requiring accurate spatial data. With technological advancements, various methods for determining geodetic point coordinates have evolved. In addition to traditional geodetic methods such as triangulation, trilateration, polygonometry, and intersection methods, the free station method is increasingly used today. Each of these methods has its own advantages and disadvantages, and this paper provides an analysis and comparison of these methods, including both theoretical and practical data analysis. The analysis included

a comparison of the accuracy of calculated coordinates of detailed points observed using different geodetic methods, enabling the selection of the most suitable method for specific projects and working conditions. Additionally, an analysis was conducted on the coordinates collected using satellite navigation systems, which offer a limited degree of accuracy but demonstrate that classical geodetic methods remain important in situations where the most modern methods are unavailable, insufficiently accurate, or impractical. The goal of this paper is to contribute to a better understanding of free station method coordinate determination and to facilitate the selection of the optimal method, thereby achieving greater accuracy and efficiency in practice.

Keywords: *free station method, precise geodetic measurements, accuracy calculation.*

S A D R Ź A J

1. UVOD	1
2. METODE ODREĐIVANJA KOORDINATA GEODETSKIH TOČAKA.....	2
2.1. GNSS METODA.....	3
2.1.1. Globalni pozicijski sustav (GPS)	4
2.1.2. GLONASS sustav	5
2.1.3. Osnovni princip satelitskog pozicioniranja	6
2.1.4. Hrvatski pozicijski sustav (CROPOS).....	7
2.2. PRESJEK PRAVACA.....	10
2.2.1. Presjek vanjskih pravaca.....	11
2.2.2. Presjek unutarnjih pravaca.....	14
2.3. POLARNA METODA (TAHIMETRIJA).....	18
2.4. METODA SLOBODNOG STAJALIŠTA	21
3. GEODETSKE MREŽE	24
4. ORGANIZACIJA TERENSKOG RADA.....	26
4.1. PODRUČJE IZMJERE.....	26
4.2. PREGLED PRIMIJENJENOG INSTRUMENTARIJA I PRIBORA	27
4.2.1. Geodetska mjerna stanica Leica TC2003	27
4.2.2. Geodetska mjerna stanica Cygnus 2LS	28
4.2.3. GNSS prijamnik Topcon Hiper SR.....	29
4.2.4. Pregled korištenog pribora.....	31
4.3. USPOSTAVA I IZMJERA GEODETSKE MIKROMREŽE	32
4.4. GNSS IZMJERA	34
4.5. IZMJERA PRESJEKOM VANJSKIH PRAVACA	34
4.6. POLARNA IZMJERA.....	35
4.7. IZMJERA METODOM SLOBODNOG STAJALIŠTA	35
5. OBRADA MJERENIH PODATAKA	37
5.1. IZJEDNAČENJE GEODETSKE MIKROMREŽE	37
5.1.1. Određivanje približnih vrijednosti koordinata točaka mikromreže	37
5.1.2. Izjednačenje mikromreže metodom najmanjih kvadrata.....	37
5.2. IZJEDNAČENJE PRESJEKA VANJSKIH ORIJENTIRANIH PRAVACA.....	38

5.3. OBRADA PODATAKA PRIKUPLJENIH POLARNOM METODOM	39
5.4. OBRADA GNSS MJERENJA	40
5.5. OBRADA PODATAKA PRIKUPLJENIH METODOM SLOBODNOG STAJALIŠTA	41
6. ANALIZA DOBIVENIH REZULTATA	43
6.1. STATISTIČKE MJERE	43
6.1.1. Standardno odstupanje	43
6.1.2. Srednji kvadratni korijen	44
6.2. USPOREDBA KOORDINATA DOBIVENIH PRESJEKOM VANJSKIH PRAVACA I POLARNOM METODOM	45
6.3. USPOREDBA KOORDINATA DOBIVENIH PRESJEKOM VANJSKIH PRAVACA I GNSS METODOM	46
6.4. USPOREDBA KOORDINATA DOBIVENIH PRESJEKOM VANJSKIH PRAVACA I METODOM SLOBODNOG STAJALIŠTA UZ ORIJENTACIJU NA TOČKE MIKROMREŽE	49
6.5. USPOREDBA KOORDINATA DOBIVENIH PRESJEKOM VANJSKIH PRAVACA I METODOM SLOBODNOG STAJALIŠTA UZ ORIJENTACIJU NA MJERNE MARKICE	51
6.6. USPOREDBA STATISTIČKIH MJERA METODA GEODETSKE IZMJERE	52
7. ZAKLJUČAK.....	54
LITERATURA	55
POPIS SLIKA	59
POPIS TABLICA	61
ŽIVOTOPIS.....	63

1. UVOD

Određivanje koordinata geodetskih točaka predstavlja ključan aspekt geodetskih radova čiji razvoj datira još iz davnih vremena. Od metoda temeljenih na astronomskim promatranjima do suvremenih tehnologija, geodezija kontinuirano evoluira kako bi se osiguralo precizno pozicioniranje našeg prostornog okruženja. Precizno pozicioniranje točaka na Zemlji zahtijeva primjenu različitih metoda i tehnologija s ciljem ispunjenja zahtjeva u smislu točnosti i pouzdanosti. U ovom radu, istražuje se i analizira nekoliko različitih metoda određivanja koordinata geodetskih točaka kao što su: GNSS metoda, metoda presjeka pravaca, polarna metoda (tahimetrija) te metoda slobodnog stajališta. Svaka od navedenih metoda ima svoje karakteristike, prednosti i ograničenja koje će biti detaljno razmotrene s ciljem ocjene njihove primjene u različitim geodetskim zadacima. U sklopu ovog diplomskog rada, naglasak je na implementaciji navedenih metoda kroz praktični primjer uspostave geodetske mikromreže te mjerenja izvedenih na terenu. Važnost svake faze procesa, istaknuta je kroz analizu i usporedbu dobivenih rezultata. Kroz primjenu statističkih metoda, kao što je izjednačenje metodom najmanjih kvadrata, bit će prikazano odražavanje mogućih grešaka na dobivene podatke i postizanje optimalne točnosti u konačnim rezultatima. U radu će se također opisati praktični aspekti geodetskog mjerenja, uključujući organizaciju terenskog rada, upotrebu različite geodetske opreme poput GNSS prijavnika i geodetskih mjernih stanica. Analizom dobivenih rezultata će biti prikazano koje karakteristike svaka od metoda donosi u kontekstu točnosti, pouzdanosti i praktične primjenjivosti. Kroz teorijski pregled, analize i usporedbe, u radu će biti prikazano razumijevanje izazova i mogućnosti koje se javljaju u suvremenim geodetskim radovima.

2. METODE ODREĐIVANJA KOORDINATA GEODETSKIH TOČAKA

U geodeziji, za svaki terenski zadatak obavlja se više mjerenja nego što ima nepoznatih veličina. Razlika između ukupnog broja mjerenja i broja nepoznanica naziva se prekobrojna mjerenja. Prekobrajna mjerenja koriste se za postizanje pouzdanijih rezultata, kontrole obavljenih mjerenja te računanje ocjene točnosti mjerenih, ali i izračunatih veličina (Barković i Zrinjski 2020). Izbor geodetske metode, odnosno načina na koji će se koordinate točaka odrediti svakako ovisi o namjeni postavljanja geodetskih točaka odnosno uspostave geodetske mreže (Baraba 2023). Dodatni parametri koji također utječu na odabir geodetske metode izmjere su vrste koordinata koje je potrebno dobiti, traženoj točnosti, dostupnosti opreme odnosno instrumentarija pomoću koje će se mjerenja obaviti, ali i o prirodi terena i vremenskim uvjetima.

U praksi, često se kombiniraju različite geodetske metode određivanja koordinata točaka kako bi se postigla optimalna točnost i učinkovitost prilagođavajući pristup specifičnim potrebama i izazovima svakog pojedinog zadatka.

Metode određivanja koordinata geodetskih točaka su (Barković i Zrinjski 2020):

- trilateracija – (y, x) ,
- triangulacija – (y, x) ,
- presjek pravaca – (y, x) ,
- lučni presjek – (y, x) ,
- ortogonalna metoda – (y, x) ,
- poligonometrija – (y, x, H) ,
- fotogrametrija – (y, x, H) ,
- polarna metoda – (y, x, H) ,
- inercijalni sustav – (y, x, H) ,
- GNSS metoda – (φ, λ, h) ,
- astro-geodetska metoda – (φ, λ, H) ,
- nivelman – (H) ,
- gravimetrija – (g) ,
- diferencijalni odometar – (x, y, α) i

- geomagnetska metoda – (npr. D, I, F),

gdje su:

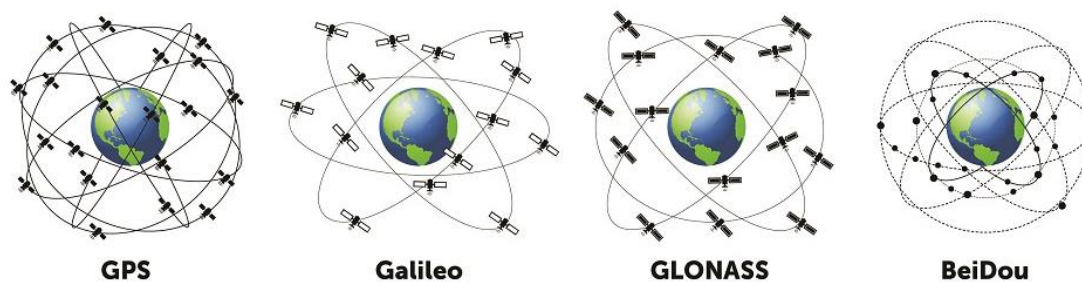
- y, x – horizontalne koordinate,
- H – nadmorska visina,
- φ, λ – geodetske koordinate (sferoidne ili elipsoidne),
- h – elipsoidna visina,
- g – ubrzanje sile teže,
- D – magnetska deklinacija,
- I – magnetska inklinacija,
- F – magnetska indukcija i
- α – azimut.

2.1. GNSS metoda

Globalni navigacijski satelitski sustav (*engl. Global Navigation Satellite System – GNSS*) sastoji se od mreže satelita koji se kreću u različitim orbitama na različitim udaljenostima iznad Zemljine površine. Svrha sustava jest omogućiti određivanje pozicije u realnom vremenu i brzine objekata u pokretu kao i vremensku koordinaciju.

Orbita predstavlja putanju svemirskog objekta oko svemirskog tijela pod utjecajem gravitacijske sile koja djeluje između njih. Srednje Zemljine orbite (*engl. Medium Earth Orbits – MEO*) protežu se od niskih Zemljinih orbita do visine od 35 780 kilometara. Unutar ovog raspona koriste se dvije vrste orbita. Prva kružna orbita koja pronalazi primjenu u navigacijskim sustavima poput američkog sustava GPS (*engl. Global Positioning System*), ruskog sustava GLONASS (*rus. Globalnaja navigacionaja sputnikovaja sistema*), europskog sustava Galileo, kineskog sustava BeiDou (*kin. Běidǒu Wèixīng Dǎoháng Xìtǒng*) i indijskog sustava NavIC (*engl. Navigation with Indian Constellation*), s radijusom od 26 613 kilometara odnosno udaljenošću od 20 235 kilometara od Zemljine površine. Ova orbita ima period od 12 sati, što znači da se satelit svakih 24 sata nalazi iznad iste točke na Zemlji. Ova karakteristika je izuzetno važna za navigaciju jer omogućuje precizno predviđanje položaja satelita u svakom trenutku. Druga vrsta orbite je Molniya orbita koja omogućuje da satelit bude vidljiv iznad određene točke na Zemlji dulje vrijeme. Satelitu je potrebno 12 sati za jedan obilazak oko Zemlje, a njegova orbita je oblika izrazito izdužene elipse (Bosanac

2023). Globalne konstelacije GPS, GLONASS, Galileo i BeiDou sa svojim orbitama prikazane su na slici 2.1.



Slika 2.1. Orbite satelita GNSS sustava (URL 1).

GNSS mjerenjem postoji mogućnost određivanja apsolutnih koordinata, relativnih položaja točaka, brzina gibanja GNSS antene te vrijeme. Apsolutne koordinate predstavljaju položaj točke na površini Zemlje čije su koordinate određene u svjetskom koordinatnom sustavu. Te se koordinate mogu odrediti mjerenjem jednim GNSS prijamnikom ili pak pomoću pseudoudaljenosti. Relativni položaji točaka određuju se istodobnim GNSS mjerenjem na dvije ili više točaka. Karakterizira ih visoka točnost pa su zato česti odabir mnogih geodetskih stručnjaka (Benčić i Solarić 2008).

Također, postoje i razlike načina rada, odnosno miruje li GNSS uređaj tijekom obavljanja mjerenja ili je u pokretu. Uzevši navedeno u obzir, možemo izdvojiti slučajeve statičkog i kinematičkog načina rada. Statički način predstavlja rad kada prijammnici za vrijeme mjerenja miruju što rezultira vrlo velikim brojem prekobrojnih mjerenja, a samim time i većom točnosti rezultata. S druge strane, kinematički način rada karakteriziraju prijammnici koji su u pokretu tokom obavljanja mjerenja, ali prilikom istog ne bi smjelo doći do prekida prijema signala (Benčić i Solarić 2008).

2.1.1. Globalni pozicijski sustav (GPS)

Globalni pozicijski sustav (*engl. Global Positioning System – GPS*) je mreža satelita koja neprekidno odašilje kodirane podatke čime se omogućuje određivanje lokacije na Zemlji. GPS sustav se oslanja na grupu satelita američkog Ministarstva obrane koji stalno kruže oko Zemlje. Ovi sateliti odašilju radio signale pomoću kojih GPS prijammnici, koji se nalaze na i/ili u blizini Zemlje, mogu odrediti svoj položaj. Iako je u samim počecima zamišljen za isključivo vojnu primjenu, danas je, dostupan i za civilnu upotrebu (URL 2).

Kao dijelovi (segmenti) pomoću kojih funkcionira cijeli GPS sustav mogu se izdvojiti svemirski, kontrolni i korisnički. Svemirski segment sustava GPS-a sastoji se od najmanje 24 satelita (21 aktivan i 3 u rezervi), što čini osnovu cijelog sustava. Sateliti se nalaze na visini od oko 20 000 kilometara iznad Zemljine površine što omogućuje njihovim signalima da pokrivaju područja većih površina. Sateliti su postavljeni u orbite tako da GPS prijemnik na Zemlji uvijek može primati signale barem četiri satelita. Sateliti se kreću brzinom od 11 000 kilometara na sat, što znači da naprave puni krug oko Zemlje svakih 12 sati. GPS sustav se nadzire pomoću mreže zemaljskih stanica raspoređenih diljem svijeta koje djeluju kao kontrolni segment sustava. Mreža zemaljskih stanica uključuje glavnu kontrolnu stanicu, opažačke stanice i zemaljske kontrolne stanice. Glavna kontrolna stanica nalazi se u Colorado Springsu. Njezina je zadaća, osim nadzora satelita i upravljanja cjelokupnim radom sustava, prikupljati podatke od opažačkih stanica, izračunavati precizne orbitalne modele satelita (efemeride), korigirati točno vrijeme i parametre sustava te kao završni korak podatke proslijediti zemaljskim stanicama koje šalju korekcije satelitima (Kos i dr. 2004).

Korisnički segment obuhvaća sve korisnike GPS-a i njihove prijavnike. Postoje dvije kategorije korisnika: autorizirani i neautorizirani. Autorizirane korisnike čine američka vojska i posebne državne službe, dok svi ostali civilni korisnici širom svijeta pripadaju neautoriziranima. Kada se govori o vojnim svrhama, tada se GPS prijavnici najčešće koriste u zrakoplovima, brodovima, kopnenim vozilima, raketama pa čak i u pješačkim jedinicama. Civilna primjena je u svom početku bila ograničena na navigaciju, no kasnije se proširila na sve vrste geodetskih i inženjerskih radova, kao i na sve djelatnosti vezane uz prostor (Kos i dr. 2004).

2.1.2. GLONASS sustav

Sedamdesetih godina prošlog stoljeća, američki GPS sustav nije bio jedini globalni navigacijski satelitski sustav. SSSR je već 1976. godine, pokrenuo razvoj sustava GLONASS kao eksperimentalnog vojnog komunikacijskog sustava. Nakon završetka Hladnog rata, SSSR je prepoznao GLONASS kao potencijalnu komercijalnu aplikaciju za pozicioniranje i navigaciju, a danas sustavom upravlja ruska svemirska agencija „Roscosmos“ u ime Vlade Ruske Federacije (Zrinjski i dr. 2019).

Poput američkog GPS sustava, GLONASS sustav sastoji se od identična tri segmenta:

- svemirski segment,

- kontrolni segment i
- korisnički segment (Zrinjski i dr. 2019).

Svemirski segment sustava sastoji se od 24 satelita (od kojih je 21 aktivan i 3 su rezervna) koji su raspoređeni u tri srednje Zemljine orbitalne ravnine s razmakom od 120° . U svakoj od tih orbitalnih ravnina, sateliti su postavljeni s razmakom od 45° . Orbite se nalaze na visini od 19 100 kilometara iznad Zemljine površine s inklinacijom od $64,8^\circ$, a svaki satelit napravi puni krug oko Zemlje za 11 sati i 15 minuta. Prethodno navedena konstelacija (21+3 satelita) omogućuje neprekidnu globalnu pokrivenost do visine od čak 2000 kilometara iznad Zemljine površine (Zrinjski i dr. 2019).

Važan dio GLONASS sustava svakako je kontrolni segment koji obuhvaća glavni kontrolni centar smješten u gradu Krasnoznamenisku (u blizini Moskve) te mrežu nadzornih postaja, uglavnom raspoređenih po cijelom području Ruske Federacije (Zrinjski i dr. 2019). Sa ubrzanim razvojem tehnologije, intenzivno se modernizira zemaljski kontrolni segment.

Posljednji segment sustava čine svi korisnici koji se služe uslugama koje pruža sami sustav. Prva proizvodnja GLONASS prijarnika započela je 2007. godine, a masovnija upotreba tih prijarnika započela je 2011. godine (Zrinjski i dr. 2019).

2.1.3. Osnovni princip satelitskog pozicioniranja

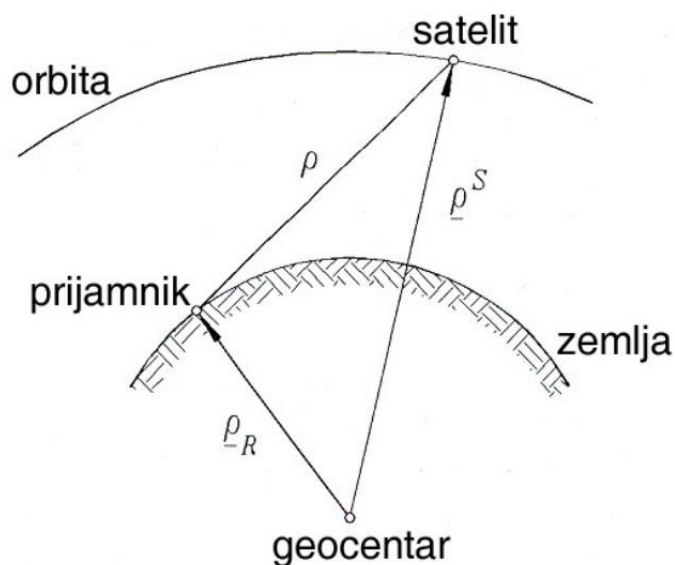
GNSS metodom određuju se geodetske koordinate i elipsoidna visina (φ, λ, h) na temelju mjerenja prostornih vektora (pseudoudaljenosti) između satelita koji se nalazi u svemiru i prijarnika koji se nalazi na površini Zemlje i/ili u njezinoj neposrednoj blizini. Osnovni princip satelitskog pozicioniranja grafički je ilustriran na slici 2.2., a matematički se može prikazati prema formuli (1):

$$\rho = \|\rho^S - \rho_R\|, \quad (1)$$

gdje su:

- ρ_R – prostorni vektor geocentar-prijarnik,
- ρ^S – prostorni vektor geocentar-satelit i
- ρ – prostorna udaljenost satelit-prijarnik (Bilajbegović i dr. 1991).

Izraz (1) poznat je i pod nazivom fundamentalne jednadžbe satelitske geodezije. Komponente prostornog vektora geocentar-satelit (ρ^S) mjere se pomoću raznih metoda satelitske geodezije. Ukoliko je položaj satelita poznat, iz fundamentalne jednadžbe moguće je odrediti vektor položaja točke na površini Zemlje. S druge strane, ako je poznat položaj točke na Zemljinoj površini, lako se može odrediti vektor položaja satelita. Budući da je vektor položaja satelita funkcija vremena, orbitalnih elemenata i parametara Zemljinog orijentacijskog polja, sve te veličine mogu se također procijeniti. Na kraju, poznati položaji točaka na Zemljinoj površini i satelita omogućuju provjeru izvršenih mjerenja te procjenu njihove točnosti (Stopar i dr. 2013).



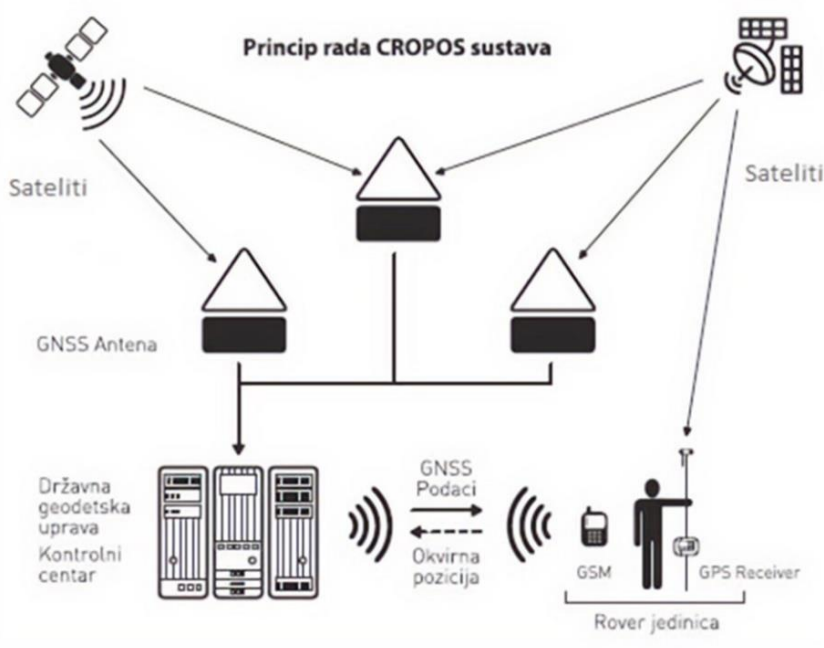
Slika 2.2. Osnovni princip satelitskog pozicioniranja (Bilajbegović i dr. 1991).

2.1.4. Hrvatski pozicijski sustav (CROPOS)

CROPOS (*engl. Croatian Positioning System*) sustav je državna mreža referentnih GNSS stanica koja uvodi nove standarde za određivanje položaja i navigaciju u Republici Hrvatskoj. Omogućuje primjenu suvremenih metoda mjerenja i tehnologije u svakodnevnom radu geodetskih stručnjaka. U sklopu CROPOS sustava postavljeno je (od veljače 2023. godine) 37 referentnih GNSS stanica na međusobnoj udaljenosti od 70 kilometara (slika 2.4.) na način da ravnomjerno pokrivaju cijelo područje Republike Hrvatske. Te stanice prikupljaju podatke mjerenja i kontinuirano ih šalju u kontrolni centar. U kontrolnom centru podaci se obrađuju, provjeravaju te se u konačnici provodi izjednačenje mjerenja i računanje korekcijskih parametara koji su dostupni korisnicima na terenu putem mobilnog interneta i

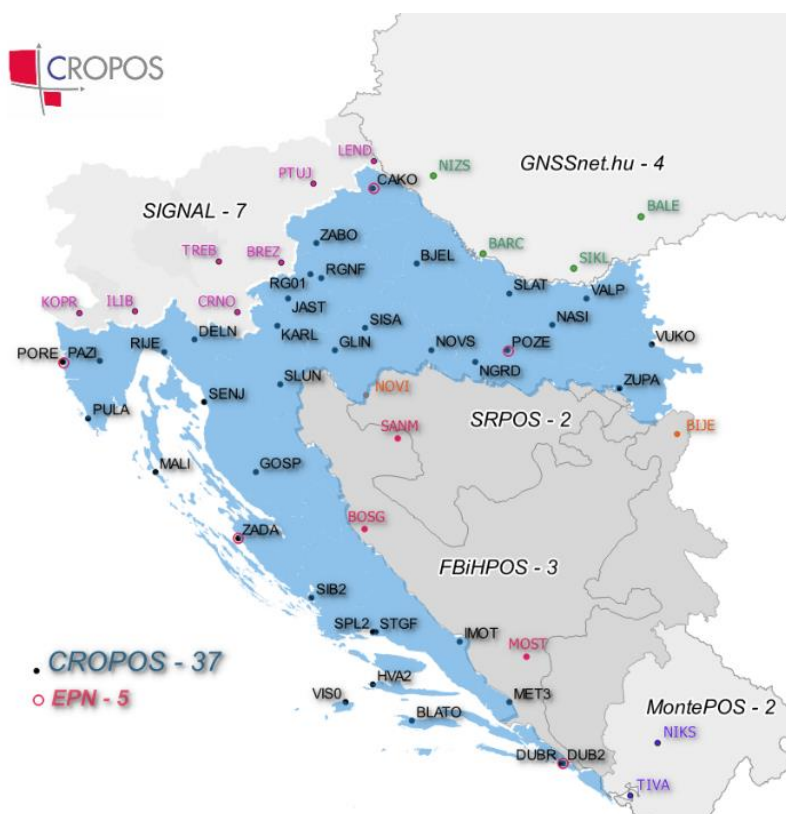
standardiziranog NTRIP (*engl. Networked Transport of RTCM via Internet Protocol*) protokola (Marjanović 2010).

Na prvoj održanoj CROPOS konferenciji u lipnju 2009. godine u Zagrebu, sklopljeni su sporazumi između Republike Hrvatske i susjednih zemalja (Republike Crne Gore, Republike Mađarske i Republike Slovenije). Ti sporazumi omogućuju razmjenu podataka između GNSS stanica s ciljem poboljšanja pokrivenosti graničnih područja i povećanja pouzdanosti rada sustava, osobito u slučaju nepredviđenih prekida rada pojedinih referentnih stanica CROPOS sustava (Marjanović 2010).



Slika 2.3. Princip rada CROPOS sustava (URL 3).

Princip rada sustava (slika 2.3.) zasniva se na konceptu umreženih referentnih stanica koji omogućuje kontinuirana GNSS mjerenja (*engl. Continuously Operating Reference Station*) i prijenos prikupljenih podataka mjerenja u kontrolni centar. Također, omogućeno je i daljinsko upravljanje referentnim stanicama iz kontrolnog centra. Na temelju prikupljenih podataka izračunavaju se korekcijski parametri u stvarnom vremenu za različite razine točnosti ovisno o potrebama te se osiguravaju izvorni podaci za naprednu obradu kod najzahtjevnijih geodetskih aplikacija (URL 3).



Slika 2.4. Raspored referentnih GNSS stanica CROPOS sustava (URL 3).

Karakteristike CROPOS sustava su:

- prikupljanje podataka sa 37 referentnih GNSS stanica,
- razmjena podataka mjerenja referentnih GNSS stanica sa susjednim zemljama u stvarnom vremenu,
- umrežavanje i računanje korekcijskih parametara u stvarnom vremenu,
- isporuka podataka mjerenja i korekcijskih parametara korisnicima u stvarnom vremenu,
- isporuka podataka mjerenja korisnicima za naknadnu obradu (eng. post-processing),
- praćenje rada sustava, podrška korisnicima i
- dostupnost sustava 24 h / 7 dana (URL 3).

CROPOS sustav nudi svojim korisnicima tri različite usluge koje se razlikuju po načinu rješenja, točnosti, načinu prijenosa podataka te njihovom formatu (URL 3), a iste su prikazane u tablici 2.1.

Diferencijalni pozicijski servis (DPS) u stvarnom vremenu je namijenjen za primjenu u geoinformacijskim sustavima (GIS), upravljanju prometom, preciznoj navigaciji, zaštiti

okoliša, poljoprivredi, šumarstvu i slično. Predstavlja umreženo rješenje kodnih mjerenja u stvarnom vremenu. Primjenom ovog servisa moguće je postići točnost od 0,3 metra do 0,5 metra. Sljedeći, visokoprecizni pozicijski servis (VPPS) u stvarnom vremenu pronalazi svoju primjenu u inženjerskoj geodeziji, katastru, državnoj izmjeri, izmjeri državne granice, hidrografiji i dr. Dobiveni rezultati temeljeni su na umreženom rješenju faznih mjerenja u stvarnom vremenu, a točnosti su 0,02 metra u dvodimenzionalnom koordinatnom sustavu (2D) odnosno 0,04 metra u trodimenzionalnom (3D) koordinatnom sustavu (Marjanović 2010).

Posljednji i najprecizniji, geodetski precizni pozicijski servis (GPPS) namijenjen je za uspostavljanje geodetske osnove, znanstvena geodinamička istraživanja, visokoprecizne zadatke inženjerske geodezije i sl. Točnost koja se može postići primjenom ovog servisa manja je od 0,01 metar gdje su podaci dostupni u naknadnoj (*engl. post-processing*) obradi (Marjanović 2010).

Tablica 2.1. Usluge CROPOS sustava (Marjanović 2010).

CROPOS usluga	Metoda rješenja	Točnost	Prijenos podataka	Format podataka
DPS	umreženo rješenje kodnih mjerenja u realnom vremenu	0.3 m – 0.5 m	Wireless Internet (GPRS, UMTS) NTRIP Protocol	RTCM 2.3
VPPS	umreženo rješenje faznih mjerenja u realnom vremenu	0.02 m (2D) 0.04 m (3D)	Wireless Internet (GPRS, UMTS) NTRIP Protocol GSM	RTCM 2.3 RTCM 3.1
GPPS	post-processing (naknadna obrada podataka mjerenja)	< 0.01 m	Internet (FTP, e-mail)	RINEX RINEX VRS

2.2. Presjek pravaca

Koordinate u dvodimenzionalnom sustavu (y, x) moguće je dobiti na temelju opažanja horizontalnih pravaca koji mogu biti:

- unutarnji pravci – pravci koji su mjereni sa točke čije koordinate nisu poznate (nepoznate točka) na poznatu točku,
- vanjski pravci – pravci koji su mjereni sa točke čije su koordinate poznate na nepoznatu točku i

- obostrano mjereni pravac – pravac koji je mjereno sa točke čije su koordinate poznate na nepoznatoj točki i obratno.

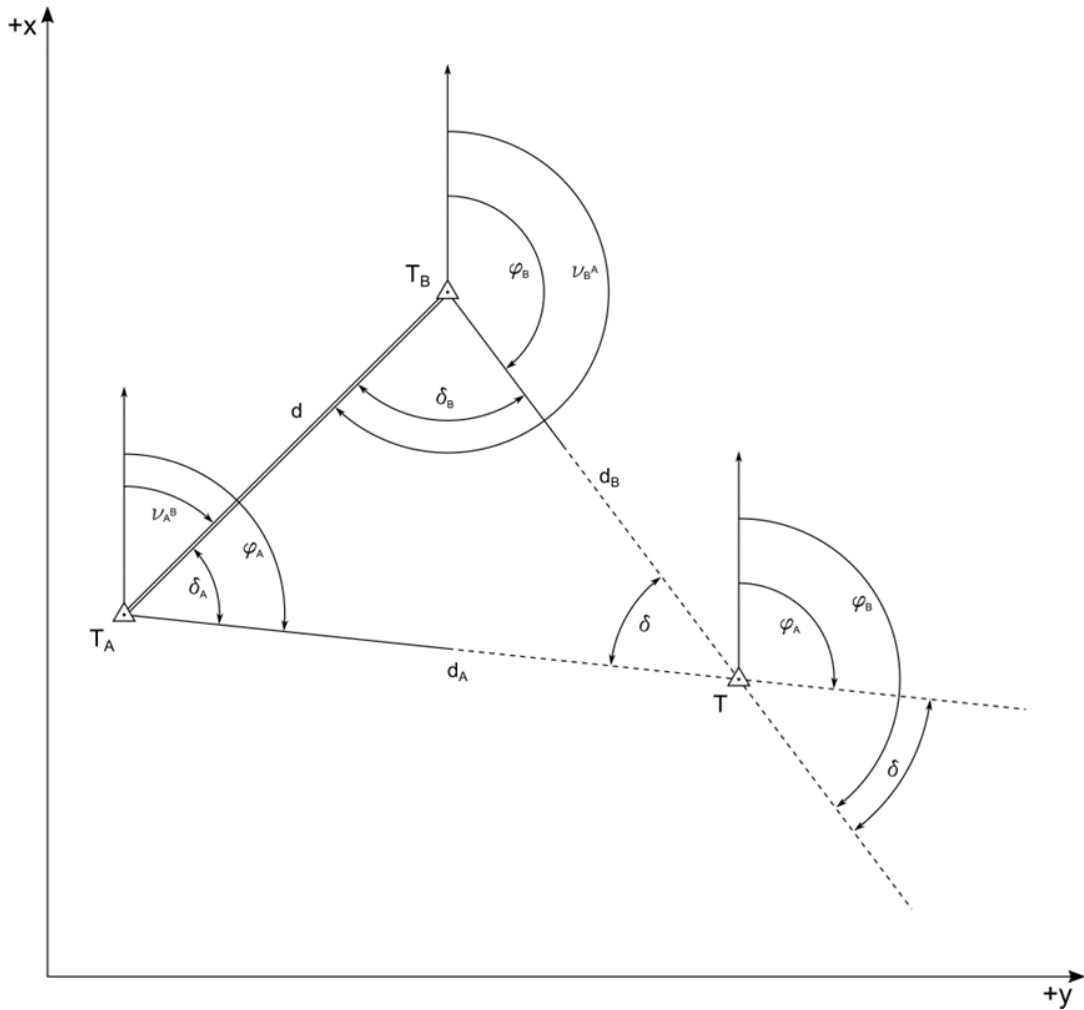
Sukladno prethodno navedenom, postoje 3 načina određivanja položajnih koordinata metodom presjeka opaženih pravaca nepoznate točke, a to su:

- presjek unutarnjih pravaca – opažanje horizontalnih pravaca sa nepoznate točke prema barem tri poznate točke,
- presjek vanjskih pravaca – opažanje horizontalnih pravaca sa barem dvije poznate točke prema nepoznatoj točki i
- kombinirani presjek pravaca – slučaj kada su mjereni unutarnji i vanjski pravci (Barković i Zrinjski 2020).

2.2.1. Presjek vanjskih pravaca

Presjek vanjskih pravaca (još poznat pod nazivom presjek naprijed) predstavlja metodu određivanja položajnih (horizontalnih) koordinata nepoznate točke (jedne ili više njih) pomoću mjerenja horizontalnih pravaca s poznatih točaka (dvije ili više) prema nepoznatoj točki. Tražene koordinate nepoznate točke moguće je dobiti na trigonometrijski način i analitički način (Barković i Zrinjski 2020). Za potrebe izrade ovog rada, detaljno će biti definiran i opisan, ali i grafički prikazan (korišteni) trigonometrijski način.

Trigonometrijski način (slika 2.5.) podrazumijeva određivanje koordinata nepoznate točke prema izrazima za računanje u ravninskom Kartezijevom koordinatnom sustavu. Ukoliko se pretpostavi da su poznate koordinate točaka $T_A (y_A, x_A)$ i $T_B (y_B, x_B)$ te da su mjereni horizontalni kutovi δ_A (na točki T_A) i δ_B (na točki T_B), tada je potrebno odrediti koordinate nepoznate točke $T (y_T, x_T)$ (Barković i Zrinjski 2020).



Slika 2.5. Trigonometrijski način presjeka vanjskih pravaca (Barković i Zrinjski 2020).

Prve veličine koje je potrebno izračunati su smjerni kutovi ($v_{T_A}^{T_B}$ i $v_{T_B}^{T_A}$) prema matematičkim izrazima (2) i (3) (Barković i Zrinjski 2020):

$$v_{T_A}^{T_B} = \arctan \frac{y_{T_B} - y_{T_A}}{x_{T_B} - x_{T_A}}, \quad (2)$$

$$v_{T_B}^{T_A} = v_{T_A}^{T_B} \pm 180^\circ. \quad (3)$$

Također, nužno je i izračunati duljinu između točaka poznatih po koordinatama $A (y_{T_A}, x_{T_A})$ i $B (y_{T_B}, x_{T_B})$ prema:

$$d = \sqrt{(y_{T_B} - y_{T_A})^2 + (x_{T_B} - x_{T_A})^2}. \quad (4)$$

Sljedeće tražene veličine su smjerni kutovi (φ_A, φ_B) sa poznatih točaka T_A i T_B prema nepoznatoj točki T koji se dobiju pomoću izraza (2) i (3):

$$\varphi_A = v_{T_A}^{T_B} + \delta_A, \quad (5)$$

$$\varphi_B = v_{T_B}^{T_A} - \delta_B. \quad (6)$$

Posljednji kut u trokutu (δ) moguće je dobiti na dva načina. Ukoliko se definira pravac kroz točke T_A i T i pravac kroz točke T_B i T može se uočiti kako je kut između ta dva pravca traženi kut δ prema matematičkom pravilu vršnih kutova koje kaže da su dva kuta koji imaju zajednički vrh, a kraci jednoga leže u produžetcima krakova drugog, jednakih veličina. U tom slučaju, razlika iznosa izraza (6) i (5) predstavlja:

$$\delta = \varphi_B - \varphi_A. \quad (7)$$

Drugi način podrazumijeva primjenu matematičkog pravila suplementarnosti kutova koje kaže da je zbroj kutova u trokutu uvijek jednak 180° . Kako su dva kuta u trokutu (δ_A i δ_B) poznata, odnosno mjerena, tada vrijedi jednakost:

$$\delta = 180^\circ - \delta_A - \delta_B. \quad (8)$$

Matematički izrazi (5), (6) i (7) podložni su promjenama ovisno o rasporedu točaka T_A , T_B i T u koordinatnom sustavu.

Određivanje iznosa horizontalnih duljina provodi se primjenom poučka o sinusima koji kaže da su omjeri duljina stranica trokuta i sinusa njihovih suprotnih kutova jednaki. Prilagođeno potrebama računanja presjeka naprijed, matematički se to može prikazati kombinacijom izraza (4) te (7) ili (8) na način:

$$d_A = \frac{d}{\sin \delta} \cdot \sin \delta_B, \quad (9)$$

$$d_B = \frac{d}{\sin \delta} \cdot \sin \delta_A. \quad (10)$$

Predzadnji korak zahtijeva izračun koordinatnih razlika između poznatih točaka i nepoznate točke. Sa poznate točke T_A izrazi za računanje koordinatnih razlika pomoću veličine definirane u izrazu (9) je:

$$\Delta y_{T_A-T} = d_A \cdot \sin \varphi_A, \quad (11)$$

$$\Delta x_{T_A-T} = d_A \cdot \cos \varphi_A, \quad (12)$$

odnosno, sa točke T_B primjenom veličine iz izraza (10):

$$\Delta y_{T_B-T} = d_B \cdot \sin \varphi_B, \quad (13)$$

$$\Delta x_{T_B-T} = d_B \cdot \cos \varphi_B. \quad (14)$$

Za konačne, tražene koordinate točke T (veličine iz matematičkih zapisa (15) i (16)), koje se dobiju zbrajanjem poznatih početnih koordinata i iznosa dobivenih u izrazu (11) i (12) sa stajališne točke T_A , odnosno (13) i (14) sa stajališne točke T_B :

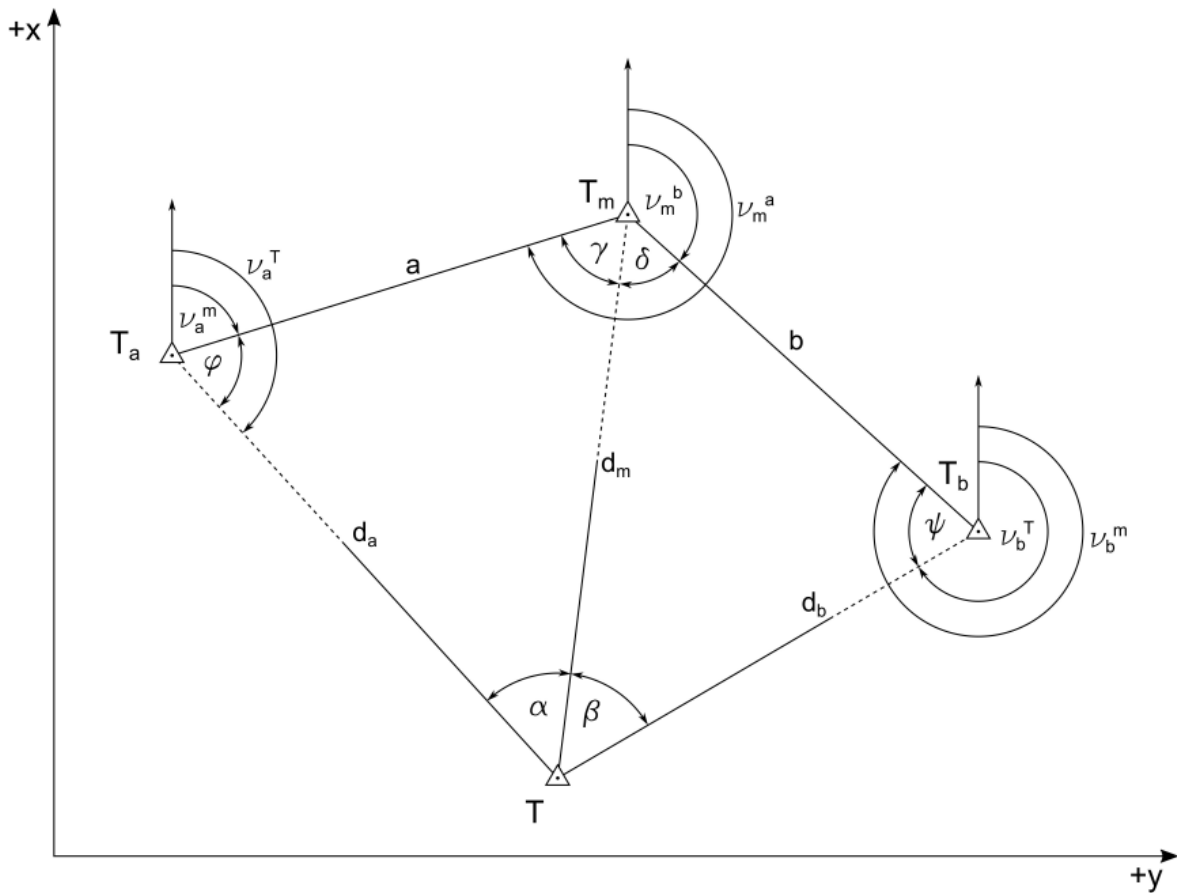
$$y_T = y_{T_A} + \Delta y_{T_A-T} = y_{T_B} + \Delta y_{T_B-T}, \quad (15)$$

$$x_T = x_{T_A} + \Delta x_{T_A-T} = x_{T_B} + \Delta x_{T_B-T}. \quad (16)$$

2.2.2. Presjek unutarnjih pravaca

Presjek unutarnjih pravaca (još poznat pod nazivom presjek natrag) predstavlja metodu određivanja položajnih (horizontalnih) koordinata nepoznate točke (jedne ili više njih) pomoću mjerenja horizontalnih pravaca s nepoznate točke prema poznatim točkama (tri ili više). Tražene koordinate nepoznate točke moguće je dobiti pomoću Snellius-Pothenotove metode i metode računanja Collinsove pomoćne točke (Barković i Zrinjski 2020). U ovom radu, detaljno će biti definirana i opisana, ali i grafički prikazana Snellius-Pothenotova metoda.

Snellius-Pothenotova metoda (slika 2.6.) podrazumijeva određivanje koordinata nepoznate točke prema izrazima za računanje u ravninskom Kartezijevom koordinatnom sustavu. Ukoliko se pretpostavi da su poznate koordinate točaka $T_a (y_a, x_a)$, $T_m (y_m, x_m)$ i $T_b (y_b, x_b)$ te da su mjereni horizontalni kutovi α i β (na nepoznatoj točki T), tada je potrebno odrediti koordinate nepoznate točke $T (y_T, x_T)$ (Barković i Zrinjski 2020).



Slika 2.6. Snellius-Pothenotova metoda (Barković i Zrinjski 2020).

Izrazi koji slijede izvedeni tako da T_a označava prvu točku u smjeru kretanja kazaljke na satu, T_m drugu točku, a T_b treću točku, počevši od nepoznate točke T .

Iz poznatih koordinata točaka računaju se smjerni kutovi (17) i (18) te duljine (19) i (20) (Barković i Zrinjski 2020):

$$\nu_a^m = \arctan \frac{y_m - y_a}{x_m - x_a}, \quad (17)$$

$$\nu_b^m = \arctan \frac{y_m - y_b}{x_m - x_b}, \quad (18)$$

$$a = \sqrt{(y_m - y_a)^2 + (x_m - x_a)^2}, \quad (19)$$

$$b = \sqrt{(y_m - y_b)^2 + (x_m - x_b)^2}. \quad (20)$$

Kako bi se mogle izračunati koordinate nepoznate točke T , potrebno je poznavati smjerne kutove v_a^T i v_b^T ((21) i (22)) te udaljenosti do poznatih točaka d_a i d_b . Mogu se napisati formule:

$$v_a^T = v_a^m + \varphi, \quad (21)$$

$$v_b^T = v_b^m - \psi. \quad (22)$$

Kako su nisu poznate vrijednosti kutova φ i ψ , potrebno ih je izračunati. Iz sume četverokuta $T_a T_m T_b T$ proizlazi:

$$\varphi + \psi = 360^\circ - (\alpha + \beta + \gamma + \delta). \quad (23)$$

Na slici 2.6. vidljivo je kako za zbroj kutova $\gamma + \delta$ vrijedi jednakost:

$$\gamma + \delta = v_m^a - v_m^b. \quad (24)$$

Uvrsti li se izraz (23) u izraz (24) te tada (23) podijeli sa 2 vrijedi:

$$\frac{\varphi + \psi}{2} = 180^\circ - (\alpha + \beta + \gamma + \delta). \quad (25)$$

Definira se oznaka:

$$\frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \frac{a}{b} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \tan \mu \rightarrow \mu = \arctan \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \right). \quad (26)$$

Pomoću izraza (26) izvodi se izraz za veličinu $\frac{\varphi - \psi}{2}$:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{1}{\tan \mu}. \quad (27)$$

Oduzimanjem odnosno dodavanjem istog iznosa sa obje strane jednadžbe (27) dobije se:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} - 1 = \frac{1}{\tan \mu} - 1, \quad (28)$$

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} + 1 = \frac{1}{\tan \mu} + 1. \quad (29)$$

Svedu li se izrazi (28) i (29) na isti nazivnik i podijeli li se izraz (28) sa izrazom (29) slijedi:

$$\frac{\sin \varphi - \sin \psi}{\sin \varphi + \sin \psi} = \frac{1 - \tan \mu}{1 + \tan \mu} = \frac{1 - \tan 45^\circ \cdot \tan \mu}{\tan 45^\circ + \tan \mu} = \cot(45^\circ + \mu). \quad (30)$$

Ukoliko se na brojnik i nazivnik izraza (30) primijeni matematičko pravilo transformacije zbroja u umnožak, tada vrijedi:

$$\frac{2 \cos \frac{\varphi + \psi}{2} \cdot \sin \frac{\varphi - \psi}{2}}{2 \sin \frac{\varphi + \psi}{2} \cdot \cos \frac{\varphi - \psi}{2}} = \cot \frac{\varphi + \psi}{2} \cdot \tan \frac{\varphi - \psi}{2} = \cot(45^\circ + \mu). \quad (31)$$

Iz formule (31) izrazi se veličina (32):

$$\tan \frac{\varphi - \psi}{2} = \tan \frac{\varphi - \psi}{2} \cdot \cot(45^\circ + \mu), \quad (32)$$

a iz nje slijedi konačni izraz (33):

$$\frac{\varphi - \psi}{2} = \operatorname{atan} \left(\frac{\varphi - \psi}{2} \cot(45^\circ + \mu) \right). \quad (33)$$

Pomoću zapisa (25) i (33) izračunaju se potrebni kutovi (28) i (29):

$$\varphi = \frac{\varphi + \psi}{2} + \frac{\varphi - \psi}{2}, \quad (34)$$

$$\psi = \frac{\varphi + \psi}{2} - \frac{\varphi - \psi}{2}. \quad (35)$$

Kontrola zbroja kutova u četverokutu mora biti ispunjena, a ona glasi:

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varphi + \psi = 360^\circ. \quad (36)$$

Primjenom poučka o sinusu, iz trokuta $T_a T_m T$ izražava se formula za duljinu d_a (37):

$$d_a = \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \sin \gamma, \quad (37)$$

odnosno iz trokuta $T_m T_b T$ za duljinu d_b (38):

$$d_b = \frac{b}{\sin \beta} \cdot \sin \delta. \quad (38)$$

Uvrštavanjem izraza (34) u (21), a izraza (35) u (22) te primjenjujući izraze (37) i (38), dobiju se izrazi za koordinatne razlike:

$$\Delta y_{a-T} = d_a \cdot \sin v_a^T, \quad (39)$$

$$\Delta x_{a-T} = d_a \cdot \cos v_a^T, \quad (40)$$

$$\Delta y_{b-T} = d_b \cdot \sin v_b^T, \quad (41)$$

$$\Delta x_{b-T} = d_b \cdot \cos v_b^T. \quad (42)$$

Za konačne, tražene koordinate točke T (veličine iz matematičkih zapisa (43) i (44)), koje se dobiju zbrajanjem poznatih početnih koordinata i iznosa dobivenih u izrazu (39) i (40) sa točke T_a , odnosno (41) i (42) sa točke T_b (Barković i Zrinjski 2020):

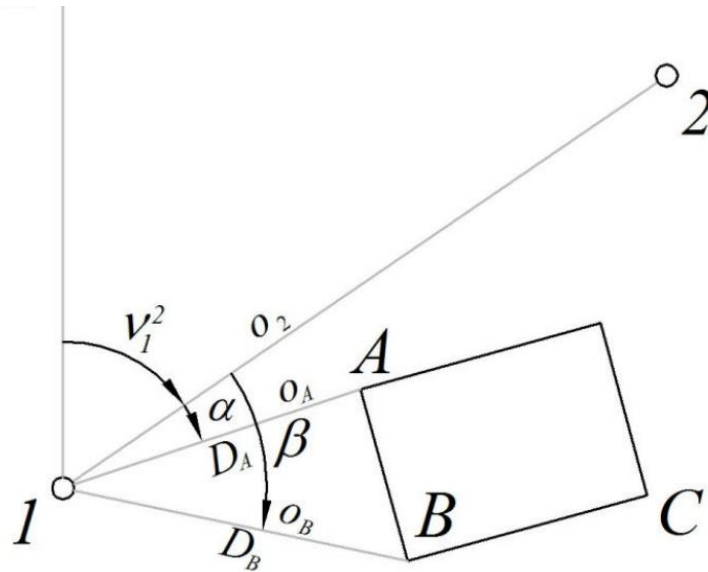
$$y_T = y_{T_a} + \Delta y_{a-T} = y_b + \Delta y_{b-T}, \quad (43)$$

$$x_T = x_a + \Delta x_{a-T} = x_b + \Delta x_{b-T}. \quad (44)$$

2.3. Polarna metoda (tahimetrija)

Počevši od sedamdesetih godina, elektronički daljinomjeri počeli su doživljavati dinamičan razvoj. Paralelno s razvojem tehničkih sredstava za prikupljanje podataka, razvijene su i nove metode izmjere kao što je polarna metoda snimanja detalja (Gradišer i Domiter 2016). Polarna metoda mjerenja naziva se i tahimetrijom, što u prijevodu znači brzo snimanje (Kogoj i Stopar 2002). Riječ „*tahimetrija*“ potječe od starogrčke riječi „*tachy's*“, što znači „*brz*“, i „*metron*“, što znači „*mjeriti*“ (URL 9).

Kod primjene polarne metode izmjere (tahimetrije), koordinate detaljnih točaka se određuju mjereći kutove i duljine. Ova metoda započinje od geodetske mreže koja se sastoji od točaka s unaprijed poznatim koordinatama. U praksi, za izvođenje polarne metode najčešće se koristi elektronički tahimetar. Elektronički tahimetar je instrument koji kombinira funkcije elektroničkog teodolita i elektroničkog daljinomjera. Elektronički teodolit omogućuje precizno mjerenje kutova, dok elektronički daljinomjer mjeri udaljenosti do točaka od interesa (Berdajs i Ulbl 2010).



Slika 2.7. Polarna metoda izmjere (Berdajs i Ulbl 2010).

Slika 2.7. prikazuje primjenu polarne metode mjerenja gdje su točke 1 i 2 poznate po svojim koordinatama, pri čemu točka 1 predstavlja stajališnu točku, a točka 2 služi za orijentaciju. Veličine o_2 , o_A i o_B zapravo predstavljaju očitavanja na horizontalnom krugu instrumenta (geodetska mjerna stanica), a iz tih se očitavanja izračunavaju horizontalni kutovi α i β . Osim horizontalnih pravaca prema novim, odnosno nepoznatim točkama, također se mjere kose duljine D_A i D_B . Potrebno je prethodno mjerene kose duljine preračunati u horizontalne duljine kako bi se moglo nastaviti s daljnjim izračunima s ciljem određivanja koordinata nepoznatih detaljnih točaka A i B (Berdajs i Ulbl 2010).

Prema već poznatim matematičkim izrazima, najprije se, iz koordinata, izračuna smjerni kut između stajališne i orijentacijske točke 1 i 2 (slika 2.7.) po formuli (Berdajs i Ulbl 2010):

$$v_1^2 = \arctan \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}. \quad (45)$$

Zatim slijedi izračun vrijednost horizontalnih kutova α i β iz mjerenih horizontalnih pravaca o_2 , o_A i o_B . Vrijednost kuta α dobije se prema:

$$\alpha = o_A - o_2, \quad (46)$$

odnosno:

$$\beta = o_B - o_2. \quad (47)$$

Veličine potrebne za nastavak izračuna su smjerni kutovi prema nepoznatim točkama ((48) i (49)) koji se dobiju sumiranjem veličine iz izraza (45) sa iznosima iz zapisa (46) i (47):

$$v_1^A = v_1^2 + \alpha, \quad (48)$$

$$v_1^B = v_1^2 + \beta. \quad (49)$$

Predzadnji korak podrazumijeva definiranje vrijednosti koordinatnih razlika između stajališne točke i traženih detaljnih točaka za koje vrijedi:

$$\Delta y_{1-A} = D_A \cdot \sin v_1^A, \quad (50)$$

$$\Delta x_{1-A} = D_A \cdot \cos v_1^A. \quad (51)$$

za točku A , odnosno za točku B :

$$\Delta y_{1-B} = D_B \cdot \sin v_1^B, \quad (52)$$

$$\Delta x_{1-B} = D_B \cdot \cos v_1^B. \quad (53)$$

Posljednji korak je računanje konačnih koordinata detaljnih točaka dodavanjem veličina iz izraza (50) i (51) na početne poznate koordinate stajališta:

$$y_A = y_1 + \Delta y_{1-A}, \quad (54)$$

$$x_A = x_1 + \Delta x_{1-A}, \quad (55)$$

odnosno veličina iz izraza (52) i (53) (Berdajs i Ulbl 2010):

$$y_B = y_1 + \Delta y_{1-B}, \quad (56)$$

$$x_B = x_1 + \Delta x_{1-B}. \quad (57)$$

Svakako je bitno naglasiti kako se najčešće istovremeno mjeri, uz sve prethodno navedene veličine, i zenitni kut (ili rjeđe vertikalni kut) u vertikalnoj ravnini uz visinu instrumenta te se tada metodom trigonometrijskog nivelmana dobivaju i visinske razlike detaljnih točaka u odnosu na stajališnu točku. Pomoću njih se mogu izračunati visine koje predstavljaju treću koordinatu točke. Na taj način se može odrediti položaj proizvoljnog broja točaka koje su vidljive s nekog stajališta. Postupak se ponavlja sve dok se ne zabilježe sve detalji koji karakteriziraju neki prostor kako bi njegov budući prikaz bio što vjerodostojniji (Berdajs i Ulbl 2010).

2.4. Metoda slobodnog stajališta

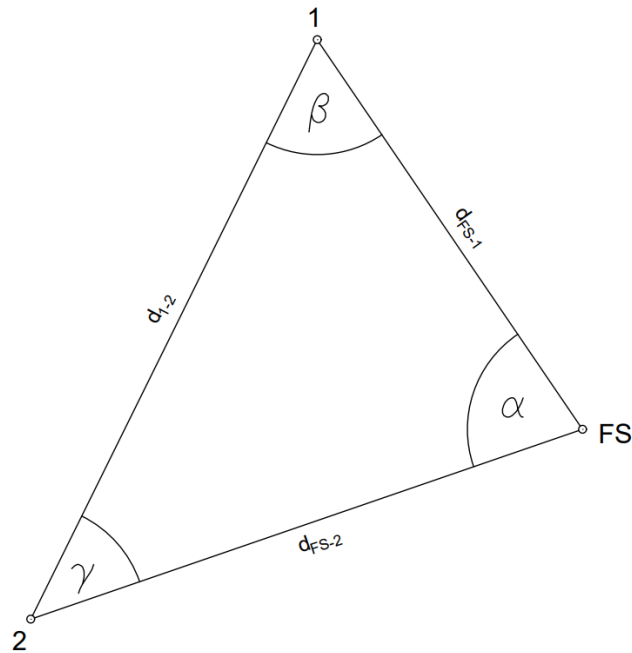
Tradicionalni način prostornog geodetskog monitoringa koji se temeljio na fiksnim mrežnim točkama, zamijenjen je metodom slobodnog stajališta (*engl. Free station method*). Uz poštivanje potrebnih zahtjeva, metoda slobodnog stajališta pruža adekvatnu točnost u prostornom geodetskom monitoringu, uz značajno veću učinkovitost u usporedbi s drugim metodama (Shults i Roshchyn 2016).

Ova metoda je osobito učinkovita za praćenje deformacija transportnih konstrukcija pod dinamičkim opterećenjima poput mostova, nadvožnjaka i vijadukta (Beshr 2015). Praćenje prostornih deformacija ovih konstrukcija provodi se u kinematičkom načinu koristeći geodetske mjerne stanice (Mill i dr. 2015).

Metoda slobodnog stajališta je metoda kod koje se određuju koordinate nepoznate točke koristeći podatke mjerenja udaljenosti i kutova prema točkama koje imaju poznate koordinate. Potrebno je promatrati barem dvije fiksne točke, iako praksa i iskustvo kažu da je bolje promatrati tri i više. Gotovo sve moderne geodetske mjerne stanice imaju ugrađeni program za mjerenje metodom slobodnog stajališta koji izračunava konačne koordinate stajališta i prikazuje informacije o pogreškama za promatrane linije i koordinate. Prednost metode slobodnog stajališta je ta da se geodetska mjerna stanica može postaviti na najprikladniju lokaciju umjesto da bude postavljena na poznatu točku kao stajališnu. Na taj način se može uštedjeti vrijeme i poboljšati sigurnost za ljude i opremu (Marshall 2008).

Bitna i pozitivna karakteristika metode slobodnog stajališta leži u činjenici da se njenom primjenom eliminira pogreška centriranja instrumenta i pogreške mjerenja njegove visine pod uvjetom da instrument ostane horizontalan, a tlo je savršeno stabilno (Bird 2009).

Kao što je prethodno navedeno, u primjeni metode slobodnog stajališta, početne koordinate stajališne točke su nepoznate. Nužno je odabrati idealno mjesto za postavljanje instrumenta (geodetske mjerne stanice) koje uglavnom ovisi o vidljivosti između točaka s već poznatim koordinatama koje je potrebno opažati, kao i novih točaka čije položaje treba odrediti. Za dobivanje koordinata stajališta potrebno je opažati horizontalne pravce i kose (horizontalne) duljine prema poznatim točkama (Nero i dr. 2023).



Slika 2.8. Metoda slobodnog stajališta.

Razmatranjem situacije prikazane na slici 2.8., kako bi se dobile koordinate nepoznatih detaljnih točaka, prethodno je potrebno odrediti koordinate stajališne točke. Ako se, prema slici 2.8., pretpostavi da je instrument postavljen na točku FS čije koordinate su nepoznate, da su koordinate točke 1 (y_1, x_1) i točke 2 (y_2, x_2) poznate te da su mjerene duljine prema tim dvjema točkama (d_{FS-1} i d_{FS-2}) i horizontalni pravci (odnosno kut α), tada postupak izračuna koordinata stajališta započinje rješavanjem trokuta, odnosno određivanjem njegovih elemenata.

Prvi korak podrazumijeva određivanje vrijednosti duljine između poznatih točaka 1 i 2 pomoću izraza:

$$d_{1-2} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}. \quad (58)$$

Potrebno je definirati matematičke izraze kako bi se izračunali preostali kutovi u trokutu (β i γ) pomoću poučka o sinusu. Uz korištenje mjerenih podataka i iznosa iz izraza (58), vrijedi jednakost omjera:

$$\frac{d_{1-2}}{\sin \alpha} = \frac{d_{FS-1}}{\sin \beta}, \quad (59)$$

za nepoznati kut β , odnosno za kut γ :

$$\frac{d_{1-2}}{\sin \alpha} = \frac{d_{FS-2}}{\sin \gamma}. \quad (60)$$

Iz zapisa (59) i (60) izračunaju se vrijednosti kutova β i γ te se provede kontrola zasnovana na pravilu suplementarnosti kutova:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ. \quad (61)$$

Za određivanje iznosa smjernih kutova sa poznatih točaka (1 i 2) prema stajališnoj točki (FS) potrebno je izračunati smjerne kutove prikazane izrazima (62) i (63) te se pomoću njih i mjerenih kutova uspostavljaju veze:

$$v_1^{FS} = v_1^2 - \beta, \quad (62)$$

$$v_2^{FS} = v_2^1 + \gamma. \quad (63)$$

Matematički izrazi za izračun koordinatnih razlika ((64), (65), (66) i (67)), koji proizlaze iz pravila trigonometrije pravokutnog trokuta su:

$$\Delta y_{1-FS} = d_{FS-1} \cdot \sin v_1^{FS}, \quad (64)$$

$$\Delta x_{1-FS} = d_{FS-1} \cdot \cos v_1^{FS}, \quad (65)$$

$$\Delta y_{2-FS} = d_{FS-2} \cdot \sin v_2^{FS}, \quad (66)$$

$$\Delta x_{2-FS} = d_{FS-2} \cdot \sin v_2^{FS}. \quad (67)$$

U posljednjem koraku dobivaju se vrijednosti koordinata stajališne točke FS ((68) i (69)) sa dvije unaprijed zadane poznate točke. Konačni bi iznosi trebali biti jednaki, a za njih vrijedi:

$$y_{FS} = y_1 + \Delta y_{1-FS} = y_2 + \Delta y_{2-FS}, \quad (68)$$

$$x_{FS} = x_1 + \Delta x_{1-FS} = x_2 + \Delta x_{2-FS}. \quad (69)$$

Nakon dobivanja koordinata stajališne točke u izrazima (68) i (69), mogu se dobiti koordinate detaljnih točaka koje se opažaju na terenu pomoću polarne metode mjerenja koja je objašnjena u poglavlju 2.3. ovog rada.

3. GEODETSKE MREŽE

Geodetska osnova uključuje sve trajno stabilizirane geodetske točke na određenom dijelu Zemljine površine koje imaju poznate koordinate ili druge veličine u nekom od referentnih sustava, a nužne su za obavljanje specifičnih geodetskih zadataka (Barković i Zrinjski 2020).

Glavni cilj geodetske izmjere je izrada topografskih i katastarskih planova te karata. Osnova za izvršenje tih zadataka je mreža geodetskih točaka, definirana u odabranom koordinatnom sustavu. U geodeziji se obično odvojeno proučavaju horizontalne i visinske mreže, dok moderne metode omogućuju izravno prostorno određivanje položaja točaka. Pomoću metoda izmjere i izračuna (kao što su triangulacija, trilateracija, trigonometrijski nivelman i satelitska geodezija) određuju se međusobni položaji točaka u prostoru. Geodetska mreža omogućuje određivanje položaja bilo kojeg objekta koji se nalazi na površini Zemlje ili ispod nje. Točke u geodetskoj mreži služe kao osnova za daljnja mjerenja, izradu topografskih planova i katastarsku izmjeru kojom se utvrđuje stanje katastarskih čestica i objekata te za izradu karata i planova u raznim mjerilima (Kogoj i Stopar 2002).

Uspostava geodetske mreže može se podijeliti u tri faze (Novaković 2006):

- projekt mreže,
- izvedba mreže i
- analiza mreže.

U prvoj fazi uspostavljanja geodetske mreže, koja se provodi prije terenskih aktivnosti, određuje se konfiguracija mreže odnosno broj i položaj pojedinačnih točaka mreže te se planiraju opažanja. Izradom projekta nastoji se postići tražena točnost uz minimalne troškove. U drugoj fazi projektiranja, mreža se postavlja na terenu. To uključuje rekognosciranje, zatim stabilizaciju i signalizaciju točaka, ispitivanje i kalibraciju mjernog pribora te mjerenja u mreži (Novaković, 2006). Ovaj korak u postupku projektiranja geodetske mreže zahtijeva poseban pristup. Način stabilizacije točaka značajno utječe na daljnji tijek rada i upotrebu mreže za predviđenu svrhu, jer se mjerenja provode u više ponavljanja. Posebnu pažnju treba posvetiti instrumentariju, kao i njegovoj upotrebi tijekom terenskih mjerenja. Ispravno ispitan i po potrebi kalibriran instrument te mjerni pribor, kao i pažljivo izvođenje mjerenja, temelji su uspješno obavljenog posla (Kapetanović i dr. 2015).

U trećoj fazi obrađuju se podaci mjerenja, odnosno izračunavaju se korekcije i redukcije mjerenih podataka te se provodi njihova analiza odnosno uklanjaju se moguće grube pogreške, kako bi se pouzdanim podacima dobila najbolja procjena. Glavna svrha geodetskih mreža posebnih namjena je da služe kao geodetska osnova za iskolčenje objekata te za kontrolu objekata prilikom i nakon izgradnje. Najčešće primjenu pronalaze u radovima vezanim uz energetiku (trasiranje dalekovoda, naftovoda, plinovoda i dr.), uz promet (iskolčenje osi mostova, tunela, trasiranje cesta, autocesta, željezničkih pruga), uz građevinarstvo (izmjera industrijskih postrojenja, velikih zgrada), ali i u radovima pri izradi regulacije postojećih naselja i izgradnji novih naselja (Novaković 2006).

Glavne karakteristike geodetskih mreža posebnih namjena su (Kapović 2010):

- samostalne (lokalne) – za objekte smještene na manjem području ili gdje se traži velika točnost iskolčenja,
- priključene na osnovnu mrežu (položajnu i visinsku) – za objekte smještene na većem području gdje je potrebno njihovo međusobno povezivanje,
- po obliku i veličini prilagođene objektu koji se gradi,
- homogene (sve točke istog reda) – u postupku izjednačenja su cjelina i
- stabilizacija točaka se obavlja gotovo isključivo stupovima s uređajima za prisilno centriranje.

4. ORGANIZACIJA TERENSKOG RADA

Organizacija terenskog rada uključuje rekognosciranje terena odnosno planiranje i pripremu kako bi se osigurala točnost i efikasnost mjerenja. Nakon definiranih ciljeva projekta i odabira metode mjerenja, slijedi priprema i provjera geodetske mjerne opreme, poput geodetskih mjernih stanica i GNSS uređaja, kako bi se osigurala njihova ispravnost. Nakon završetka terenskih radova, podaci se obrađuju i analiziraju pomoću raznih računalnih programa kako bi se dobili konačni rezultati koji će se u kasnijim postupcima prikazati i interpretirati odnosno dokumentirati.

4.1. Područje izmjere

Geodetske izmjere provode se na raznolikim područjima, uključujući urbana naselja, ruralne regije, šumska područja, poljoprivredna zemljišta, planinske terene, obalne zone i sl. Svako od ovih područja zahtijeva specifične metode i tehnike geodetske izmjere kako bi se prikupili što pouzdaniji i točniji podaci.

Za potrebe izrade ovog diplomskog rada, terenska su mjerenja obavljena 30. travnja 2024. godine na nasipu rijeke Save koje se nalazi na području Grada Zagreba (slika 4.1.). Područje je omeđeno šetnicom uz rijeku Savu na jugu, skulpturom „Putokaz“ Zvonimira Lončarića na istoku, sportskim rekreacijskim terenima na sjeveru te skulpturom „Međaš“ Zlatka Boureka na zapadu.



Slika 4.1. Područje izmjere (URL 4).

4.2. Pregled primijenjenog instrumentarija i pribora

Za uspješno provođenje geodetske izmjere potrebno je koristiti odgovarajući instrumentarij i pribor koji može ispuniti unaprijed postavljene zahtjeve.

4.2.1. Geodetska mjerna stanica Leica TC2003

Izmjera geodetske mikromreže i presjeka vanjskih pravaca provedena je pomoću geodetske mjerne stanice Leica TC2003 (slika 4.2.) uz pribor za prisilno centriranje. Geodetska mjerna stanica Leica omogućuje uvećanja do 30 puta i točnost mjerenja kutova od 0,5 sekundi. Točnost mjerenja duljina iznosi 1 milimetar + 1 ppm uz vrijeme mjerenja od 3 sekunde. Mjerna stanica koristi NiCd/12V bateriju koja, ukoliko je maksimalno napunjena, omogućuje 600 mjerenja kutova i duljina. Tehničke specifikacije geodetske mjerne stanice Leica TC2003 prikazane su u tablici 4.1.



Slika 4.2. Geodetska mjerna stanica Leica TC2003 (URL 5).

Tablica 4.1. Tehničke specifikacije geodetske mjerne stanice Leica TC2003 (URL 5).

Tehničke specifikacije geodetske mjerne stanice Leica TC2003	
Točnost mjerenja kutova	0,5"
Točnost mjerenja duljina	1 mm + 1,0 ppm
Mjerenje duljina	Infracrveno

Vrijeme mjerenja	3 sekunde
Povećanje dubina	30 x
Radno područje kompenzatora	4'
Baterija	NiCd/12V
Kapacitet baterije	600 izmjerenih kutova i duljina
Zaslon	LCD
Tipkovnica	Alfanumerička
Masa	7,5 kg

4.2.2. Geodetska mjerna stanica Cygnus 2LS

Geodetska mjerna stanica Cygnus 2LS (slika 4.3.) omogućuje uvećanje do 30 puta s vidnim poljem od $1^{\circ}30'$ te minimalnom duljinom izoštravanja 1,3 metra. Mjerna stanica omogućuje i mjerenje udaljenosti do 200 metara uz točnost mjerenja iste od 3+2 ppm bez reflektora odnosno udaljenosti do 2000 metara uz pripadajuću točnost od 2+2 ppm sa prizmom/reflektorom. Detaljne tehničke specifikacije geodetske mjerne stanice Cygnus 2LS dane su u tablici 4.2.



Slika 4.3. Geodetska mjerna stanica Cygnus 2LS (URL 6).

Tablica 4.2. Tehničke specifikacije geodetske mjerne stanice Cygnus 2LS (URL 6).

Tehničke specifikacije mjerne stanice Cygnus 2LS	
Povećanje	30x
Vidno polje	1°30'
Minimalna udaljenost izoštravanja	1,3 m
Maksimalno mjerenje udaljenosti	200 m (bez reflektora)
	2000 m (sa reflektorom/prizmom)
Točnost mjerenja udaljenosti	(3+2 ppm x D) mm (bez reflektora)
	(2+2 ppm x D) mm (sa reflektorom/prizmom)
Vrijeme mjerenja udaljenosti	1,1 s
Minimalno očitavanje	1"
Točnost mjerenja kuta	2"
Trajanje mjerenja kuta	0,3 s
Opseg kompenzatora	3'
Operativna temperatura	-20°C do 50°C
Uređaj	
Dimenzije	336 (V) x (184)Š x 172(D) m
Masa	4,9 kg
Vrijeme trajanja baterije	cca 23 sata

4.2.3. GNSS prijamnik Topcon Hiper SR

Topcon Hiper SR (slika 4.4.) napredan je, robusan i lagan GNSS uređaj koji se koristi kao GPS uređaj, rover za CROPOS ili kao baza-rover sustav upotrebom dva ili više prijamnika u potpunosti bez kablova. U osnovne karakteristike mogu se ubrojati „Fence“ antena, četvrtasti „No Roll“ dizajn, Vanguard GNSS čipset, ploča s lampicama, LongLink tehnologija, kućište načinjeno od magnezija, port za napajanje i komunikaciju (koji je vodootporan) te USB port za prijenos podataka. Omogućuje vrhunsko praćenje satelita u izazovnim uvjetima. Hiper SR se izdvaja među GNSS prijamnicima jer može pratiti satelite ne samo na otvorenim prostorima, već i na lokacijama s raznim preprekama. U usporedbi s nekim od trenutno dostupnih RTK prijamnika, Hiper SR uređaj s „Fence“ antenom pruža učinkovito i čišće praćenje signala što daje neusporedive rezultate. Topconova jedinstvena

LongLink tehnologija omogućuje i izvrsnu RTK (*engl. Real Time Kinematic*) komunikaciju na udaljenosti od 300 metara od bazne stanice (URL 7).



Slika 4.4. GNSS Topcon Hiper SR (URL 7).

Prilikom primjene kinematičke metode mjerenja točnost horizontalnog pozicioniranja (H) iznosi 10 mm + 1,0 ppm, dok vertikalna točnost (V) tada iznosi 15 mm + 1,0 ppm. Metodom brze statike moguće je postići horizontalnu točnost 3 mm + 0,8 ppm te vertikalnu točnost od 5 mm + 0,5 ppm. Ostale detaljne specifikacije GNSS Topcon Hiper SR uređaja prikazane su u tablici 4.3.

Tablica 4.3. Tehničke specifikacije GNSS Topcon Hiper SR uređaja (URL 7).

GNSS Topcon Hiper SR	
Broj kanala	266 kanala
Praćenje signala	GPS, GLONASS, SBAS*, QZSS, Galileo i Compass**
Tip antene	Integrirana antena
Praćenje pozicioniranja	
RTK (L1+L2)	H: 10 mm + 1,0 ppm
	V: 15 mm + 1,0 ppm
Brza statika (L1)	H: 3 mm + 0,8 ppm
	V: 4 mm + 1,0 ppm
Brza statika (L1+L2)	H: 3 mm + 0,5 ppm
	V: 5 mm + 0,5 ppm
DGPS	H: 0,04 m
	V: 0,06 m
SBAS	H: 1,0 m
	V: 1,5 m

Uređaj	
Dimenzije	150 x 150 x 64 mm
Težina	850 g
Memorija	Interna 4GB
Vrijeme rada	Do 20 sati

*SBAS (*engl. Satellite-based augmentation systems*) – sustavi koji uz GNSS satelite koriste i geostacionarne satelite te tako osiguravaju dodatna mjerenja udaljenosti, integritet i poboljšanje točnosti. Geostacionarni sateliti emitiraju informacije za poboljšanje sustava (Vidonis i dr. 2014).

**Compass – program planiranog proširenja postojećeg kineskog regionalnog navigacijskog sustava *Beidou*. Compass će biti globalni satelitski navigacijski sustav sa konstelacijom koju čini 35 satelita, a u postupku izgradnje je od siječnja 2015. godine (Budimir i dr. 2016).

4.2.4. Pregled korištenog pribora

Od pribora za prisilno centriranje, za potrebe provođenja geodetske izmjere korištena su četiri stativa Leica GST20 te četiri podnožne ploče (slika 4.5.).



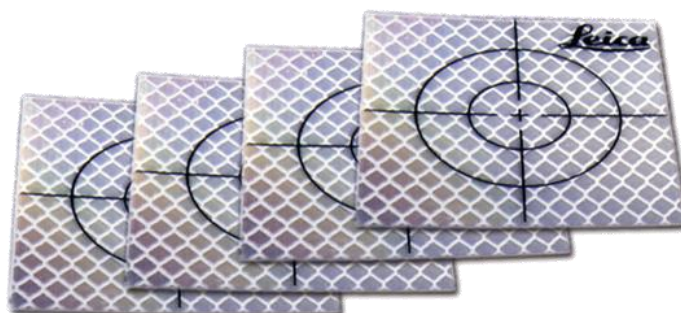
Slika 4.5. Stativ Leica GST20 i podnožna ploča Leica GDF3222 (URL 8).

Uz prethodno navedeno, korištene su i tri prizme Leica GPH1 s adapterima Leica GRT144 (slika 4.6.).



Slika 4.6. Adapter Leica GRT144 i prizma Leica GPH1 (URL 8).

Posljednji korišteni pribor su mjerne markice Leica GZM30 dimenzija 40 x 40 mm koje su prikazane na slici 4.7.



Slika 4.7. Mjerne markice Leica GZM30 (URL 8).

4.3. Uspostava i izmjera geodetske mikromreže

Za potrebe izrade ovog diplomskog rada, obavljeno je rekognosciranje terena te su na terenu su trajno stabilizirane i označene točke P5, P7, P11 i P12 koje čine geodetsku mikromrežu (slika 4.8.). Točke P5 i P12 su stabilizirane uz rub šetališta, točka P11 stabilizirana je pokraj skulpture „Putokaz“ i točka P7 stabilizirana je rubu popločene površine pokraj klupa. Sve točke mikromreže su stabilizirane na tvrdoj podlozi (beton) i tvore oblik četverokuta. Unutar tih točaka također su kolcima označene točke Rn ($n = 1,2,\dots,12$) te točke Mi ($i = 1,2,\dots,5$) koje su predstavljene mjernim markicama koje se nalaze na rasvjetnim stupovima (slika 4.9.), skulpturi i ogradi.



Slika 4.8. Prikaz točaka geodetske mikromreže sa preklopom digitalnog ortofoto-a (DOF).



Slika 4.9. Mjerna markica na rasvjetnom stupu.

Na početku je obavljena GNSS izmjera točaka geodetske mikromreže kako bi se dobile približne koordinate koje su kasnije poslužile kao ulazne vrijednosti za izjednačenje mikromreže metodom najmanjih kvadrata. Izmjera GNSS metodom obavljena je pomoću Topcon Hiper SR uređaja. Nakon GNSS izmjere obavljena je izmjera mikromreže metodom presjeka vanjskih pravaca pomoću geodetske mjerne stanice Leica TC2003. Opažani su horizontalni pravci prema svim točkama mreže u smjeru kretanja kazaljke sata u dva položaja durbina. Slika 4.10. prikazuje postavljenu geodetsku mjernu stanicu na točki P11.



Slika 4.10. Geodetska mjerna stanica postavljena na točki geodetske mikromreže.

4.4. GNSS izmjera

Kako bi se odredio stvarni fizički položaj točaka R_n ($n = 1, 2, \dots, 12$) na terenu odnosno u prostoru, korištena je izmjera pomoću globalnih navigacijskih satelitskih sustava odnosno GNSS izmjera. Koordinate tih točaka prethodno su unesene u GNSS prijamnik te su iskolčene na terenu. GNSS sustav povezan je na hrvatski pozicijski sustav (CROPOS) na temelju kojeg su dobivene koordinate iskazane u Hrvatskom terestričkom referentnom sustavu za epohu 1955.55 (HTRS96/TM). U sklopu provođenja GNSS izmjere, opažane su i točke mikromreže P5, P7, P11 i P12 na način da su mjerene vrijednosti koordinata za svaku točku tri puta po 30 sekundi.

4.5. Izmjera presjekom vanjskih pravaca

Geodetska izmjera provedena je i metodom presjeka vanjskih pravaca (presjek naprijed). Karakteristika ove metode je mogućnost dobivanja položajnih (horizontalnih) koordinata točaka isključivo pomoću opažanih horizontalnih pravaca na terenu.

Za početno (prvo) stajalište odabrana je točka P5 te su sa nje prvo opažani pravci prema trima ostalim točkama koje tvore mikromrežu. U prvom položaju durbina, na prvu opažanu točku (P7) vrijednost horizontalnog pravca postavljena je na vrijednost $0^{\circ}0'00''$ kako bi se olakšalo kasniji postupak izračuna i reduciranja horizontalnih kutova. Zatim, opažane su

preostale točke u smjeru kretanja kazaljke na satu odnosno P11 i posljednja P12. Nakon što je završeno opažanje prethodno navedenih točaka, opažani su horizontalni pravci prema točkama predstavljenim mjernim markicama M_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) te na točke označene kolcima R_n ($n = 1, 2, \dots, 12$). Kao kontrola ispravnosti mjerenja, na kraju je izvršeno ponovno mjerenje horizontalnog pravca na jednu, proizvoljnu točku mikromreže (P11). Kada je završeno opažanje točaka od interesa u prvom položaju durbina, mjerenje se nastavlja u drugom položaju durbina u smjeru suprotnom od kretanja kazaljke na satu. Sa prvog stajališta (P5) uspješno su izmjereni horizontalni pravci prema svim točkama osim prema točkama M2 i M5, a razlog tomu je nemogućnost dogledanja.

Kao sljedeće (drugo) stajalište određena je točka P7, za treće stajalište točka P11 i za posljednje (četvrto) stajalište točka P12 iz razloga da redosljed promjene stajališta instrumenta također prati smjer kretanja kazaljke sata kao i redosljed opažanja detaljnih točaka. Postupak izmjere ponovljen je na identični način kao i na prvom stajalištu. Prilikom realizacije geodetske izmjere na terenu, u isto je vrijeme provedeno i kontinuirano računanje dvostruke kolimacijske pogreške mjerenja kako bi se po potrebi moglo pravovremeno reagirati.

4.6. Polarna izmjera

Za razliku od izmjere metodom vanjskih pravaca, polarna metoda izmjere zahtijeva mjerenje horizontalnih pravaca (iz kojih se izračunavaju horizontalni kutovi) te kose duljine (iz koje se izračunava horizontalna duljina potrebna za daljnje izračune).

Mjerenja su obavljena korištenjem geodetske mjerne stanice Cygnus 2LS, a kao stajalište za izmjeru polarnom metodom na terenu odabrana je točka P7. Početna opažanja obavljena su prema dvjema točkama mikromreže, a prvo prema točki P5 te zatim prema točki P11. Uspješno su opažani horizontalni pravci i kose duljine prema svim točkama označenim kolcima (od R1 do R12) u jednom položaju durbina.

4.7. Izmjera metodom slobodnog stajališta

Posljednja preostala metoda izmjere je metoda slobodnog stajališta kod koje se geodetska mjerna stanica ne centrira na unaprijed stabiliziranu (poznatu) točku na terenu, već se provodi isključivo postupak horizontiranja (slika 4.11.). Metoda slobodnog stajališta podrazumijeva određivanje koordinata stajališne točke (sa koje se obavljaju mjerenja)

pomoću mjerenih podataka (kutova i duljina) prema poznatim točkama koje se nalaze u neposrednoj blizini stajališne točke i koordinata istih tih točaka. Svoju primjenu pronalazi sve češće zbog svoje fleksibilnosti i praktičnosti u situacijama gdje postavljanje instrumenta na unaprijed definirane točke nije moguće ili je nepraktično.

Mjerenja metodom slobodnog stajališta također su obavljena korištenjem geodetske mjerne stanice Cygnus 2LS. Postupak izmjere tom metodom započinje pažljivim odabirom mjesta na koje će se instrument postaviti kako bi sve točke koje je potrebno opažati mogle biti jasno vidljive. Potom je provedeno horizontiranje instrumenta i opažanje na barem dvije poznate točke u okolini, ali su zbog povoljnih uvjeta na terenu opažane sve četiri točke mikromreže (P5, P7, P11 i P12). Na kraju su izvršena mjerenja na točke predstavljene mjernim markicama M_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) te na točke označene kolcima R_n ($n = 1, 2, \dots, 12$).



Slika 4.11. Postavljena geodetska mjerna stanica za izmjeru metodom slobodnog stajališta.

5. OBRADA MJERENIH PODATAKA

Obrada podataka mjerenja, kao izrazito bitan segment procesa, uključuje nekoliko ključnih koraka za osiguranje točnosti i pouzdanosti rezultata. Prvo se provodi unos i provjera prikupljenih podataka kako bi se otkrile i ispravile eventualne nastale pogreške. Zatim, primjenjuju se matematičke metode za uklanjanje pogrešaka i izračunavanje konačnih vrijednosti koje se u geodeziji mogu nazvati najbolje procjene, tj. najvjerojatnije vrijednosti traženih veličina.

5.1. Izjednačenje geodetske mikromreže

Kako bi se dobile izjednačene koordinate svih točaka stabiliziranih na terenu prvo je potrebno provesti izjednačenje mikromreže koja služi kao osnova sa koje se preostale točke opazaju. Kao što je prethodno navedeno u poglavlju 4.3., geodetsku mrežu čine točke P5, P7, P11 i P12. Kako bi se dobile njihove izjednačene koordinate potrebno je poznavati približne, a u sklopu izjednačenja mikromreže također se ocjenjuje i točnost mjerenja.

5.1.1. Određivanje približnih vrijednosti koordinata točaka mikromreže

Kako su pomoću GNSS metode izmjere opažane točke P5, P7, P11 i P12, srednja vrijednost (aritmetička sredina) tih mjerenja uzeta je kao približna vrijednost koordinata, a iste su prikazane u tablici 5.1.

Tablica 5.1. Približne koordinate točaka geodetske mikromreže.

Točka	E [m]	N [m]
P5	457892,82	5072073,66
P7	457886,00	5072086,88
P11	457946,96	5072110,64
P12	457951,07	5072100,59

5.1.2. Izjednačenje mikromreže metodom najmanjih kvadrata

Izjednačenje uspostavljene mikromreže obavljeno je algoritmom temeljenim na metodi najmanjih kvadrata. Program pomoću kojeg je provedeno izjednačenje naziva se PANDA (*engl. Program for the Adjustment of Networks and Deformation Analysis*). PANDA predstavlja programski paket za obradu jednodimenzionalnih, dvodimenzionalnih i

trodimenzionalnih mreža u inženjerskoj geodeziji. Pruža statistički dokazane izjave o očitim deformacijama koristeći koncept testova podudarnosti, a analiza uzima u obzir i cjelokupnu matricu kovarijance uključenih epoha (Đukanović i dr. 2024).

Prethodno navedene koordinate točaka iz tablice 5.1. služe kao približne vrijednosti koje se na početku unose u program. Također, potrebno je unijeti mjerene podatke horizontalnih pravaca i dopušteno odstupanje koje je postavljeno na 0,5" uz razinu pouzdanosti od 95%. Na kraju, dobivene su popravljene vrijednosti mjerenja, standardno odstupanje mjerenja te izjednačene vrijednosti koordinata točaka mikromreže koje su prikazane u tablici 5.2. Te koordinate točaka mikromreže korištene su kao osnova za izračune svih koordinata točaka od interesa u metodama koje se u ovom radu analiziraju.

Tablica 5.2. Izjednačene koordinate točaka geodetske mikromreže.

Točka	E [m]	N [m]
P5	457892,821	5072073,660
P7	457886,001	5072086,876
P11	457946,961	5072110,637
P12	457951,070	5072100,592

5.2. Izjednačenje presjeka vanjskih orijentiranih pravaca

Presjekom vanjskih orijentiranih pravaca određeni su položaji (koordinate) točaka od interesa odnosno onih predstavljenih mjernim markicama M_i ($i = 1, 2, \dots, 5$), ali i onih označenih kolcima R_n ($n = 1, 2, \dots, 12$). Približnim izjednačenjem dobivene su približni položaji (koordinate) svih točaka koje u postupku strogo izjednačenja predstavljaju približne nepoznanice. Potrebno je naglasiti kako vanjski orijentirani pravci nisu neposredno mjerene veličine već su one zapravo veličine koje se određuju računskim postupkom koji se provodi prije izjednačenja postupkom tzv. orijentacije pravaca (Rožić 2007).

Zadane vrijednosti u ovom su postupku prethodno izjednačene koordinate točaka mikromreže (P5, P7, P11 i P12), a svaka točka od interesa opažana je sa tri stajališta pa sukladno tome postoje tri podatka mjerenja i dvije nepoznanice što rezultira jednim prekobrojnim mjerenjem. Potrebno je zadovoljiti kontrolu popravaka, kontrolu izjednačenja, kontrolu matrice kofaktora nepoznanica i izjednačenih mjerenja te na kraju kontrolu točnosti položaja točke čije je izjednačene vrijednosti i cilj dobiti. U konačnici su dobiveni podaci o

točnosti mjerenja, izjednačenim mjerenjima i izjednačenim nepoznanicama. Izjednačene su vrijednosti koordinata 16 opažanih točaka te su iste dane u tablici 5.3. Za točku M5 nije moguće dobiti izjednačene vrijednosti koordinata metodom najmanjih kvadrata i ocjenu točnosti mjerenja jer ista nije opažana sa barem tri stajališta, već dva zbog terenskih uvjeta pa je broj prekobrojnih mjerenja jednak nuli. Iz tog razloga su koordinate te točke dobivene približnom metodom izjednačenja.

Tablica 5.3. Izjednačene koordinate točaka presjekom vanjskih pravaca.

Točka	E [m]	N [m]
M1	457868,395	5072063,043
M2	457875,477	5072080,577
M3	457910,206	5072143,788
M4	457952,103	5072107,441
M5	457915,390	5072085,214
R1	457897,666	5072092,931
R2	457906,790	5072097,301
R3	457915,751	5072101,617
R4	457924,789	5072105,923
R5	457900,941	5072086,216
R6	457909,971	5072090,519
R7	457918,967	5072094,829
R8	457927,977	5072099,094
R9	457904,149	5072079,433
R10	457913,197	5072083,730
R11	457922,189	5072088,035
R12	457931,230	5072092,376

5.3. Obrada podataka prikupljenih polarnom metodom

Polarnom metodom izmjere (tahimetrijom) određene su koordinate 12 točaka označenih kolcima R_n ($n = 1, 2, \dots, 12$) na način koji je objašnjen u poglavlju 2.3. ovog rada, a iste su prikazane u tablici 5.4. Svakako je potrebno napomenuti da su za izračune definirana dva orijentacijska kuta s obzirom da su sa stajališne točke (P7) opažane dvije točke poznate po

koordinatama (orijentacijske točke), P5 i P11. U konačnici, njihova srednja vrijednost (aritmetička sredina) korištena je za daljnje izračune koordinata točaka.

Tablica 5.4. Koordinate točaka dobivene polarnom metodom.

Točka	E [m]	N [m]
R1	457897,660	5072092,930
R2	457906,772	5072097,291
R3	457915,737	5072101,609
R4	457924,773	5072105,927
R5	457900,942	5072086,222
R6	457909,964	5072090,512
R7	457918,961	5072094,823
R8	457927,973	5072099,094
R9	457904,134	5072079,449
R10	457913,196	5072083,726
R11	457922,179	5072088,044
R12	457931,208	5072092,377

5.4. Obrada GNSS mjerenja

Pomoću GNSS metode izmjere također je opažano svih 12 točaka koje su označene kolcima Rn ($n = 1, 2, \dots, 12$). Iako se ovom metodom dobivaju trodimenzionalne (3D) koordinate točaka, za potrebe izrade ovog diplomskog rada će se razmatrati isključivo položajne (dvodimenzionalne) koordinate koje su dane u tablici 5.5.

Tablica 5.5. Koordinate točaka dobivene GNSS metodom.

Točka	E [m]	N [m]
R1	457897,678	5072092,932
R2	457906,836	5072097,291
R3	457915,760	5072101,607
R4	457924,806	5072105,918
R5	457900,970	5072086,239
R6	457909,986	5072090,535
R7	457918,976	5072094,841

R8	457927,990	5072099,113
R9	457904,162	5072079,467
R10	457913,217	5072083,748
R11	457922,199	5072088,053
R12	457931,230	5072092,387

5.5. Obrada podataka prikupljenih metodom slobodnog stajališta

Posljednja preostala metoda pomoću koje su izračunate koordinate opažanih točaka je metoda slobodnog stajališta. Postupak računanja započinje određivanjem nepoznatih koordinata stajališne točke FS. Kako bi se mogle napraviti dodatne usporedbe i analize rezultata, koordinate stajališne točke dobivene su pomoću različitih orijentacijskih točaka:

- geodetske mikromreže P5 i P12,
- mjernih markica M1 i M3 i
- mjernih markica M2 i M4.

Vrijednosti dobivenih koordinata stajališne točke FS pomoću ranije spomenutih orijentacijskih točaka prikazane su u tablici 5.6.

Tablica 5.6. Koordinate stajališne točke FS.

Orijentacijske točke	E_{FS} [m]	N_{FS} [m]
P5 i P12	457913,287	5072096,082
M1 i M3	457913,281	5072096,085
M2 i M4	457913,287	5072096,086

Sukladno prethodno navedenom, postupak izračuna vrijednosti koordinata 12 točaka označenih kolcima R_n ($n = 1,2,\dots,12$) proveden je dva puta korištenjem različitih orijentacija, odnosno pomoću:

- koordinata stajališne točke FS i orijentacije prema točkama mikromreže P5 i P12, a konačne koordinate prikazane su u tablici 5.7. i
- koordinata stajališne točke FS i orijentacije prema točkama predstavljenim mjernim markicama (M1 i M3), a konačne vrijednosti svih traženih koordinata točaka prikazane su u tablici 5.8.

Tablica 5.7. Koordinate točaka dobivene metodom slobodnog stajališta uz orijentaciju na točke mikromreže.

Točka	E [m]	N [m]
R1	457897,673	5072092,931
R2	457906,795	5072097,288
R3	457915,754	5072101,606
R4	457924,787	5072105,911
R5	457900,966	5072086,221
R6	457909,977	5072090,518
R7	457918,967	5072094,828
R8	457927,984	5072099,098
R9	457904,160	5072079,441
R10	457913,213	5072083,727
R11	457922,189	5072088,035
R12	457931,228	5072092,373

Tablica 5.8. Koordinate točaka dobivene metodom slobodnog stajališta uz orijentaciju na mjerne markice M1 i M3.

Točka	E [m]	N [m]
R1	457897,675	5072092,936
R2	457906,789	5072097,291
R3	457915,749	5072101,609
R4	457924,782	5072105,913
R5	457900,959	5072086,225
R6	457909,971	5072090,521
R7	457918,961	5072094,831
R8	457927,978	5072099,100
R9	457904,153	5072079,444
R10	457913,206	5072083,730
R11	457922,182	5072088,037
R12	457931,221	5072092,374

6. ANALIZA DOBIVENIH REZULTATA

Analiza podataka mjerenja može se provesti u raznim kombinacijama, a neke od njih biti će obrađene i prikazane. Kako su pravci veličine koje se u geodeziji mogu najpreciznije izmjeriti, od svih korištenih metoda izmjere u ovom radu, metoda presjeka vanjskih orijentiranih pravaca (presjek naprijed) smatra se najtočnijom. Tu tezu također podupire i činjenica kako su koordinate točaka dobivene tom metodom određene sa geodetske mikromreže koja je također izjednačena metodom najmanjih kvadrata. Sukladno tome, odredit će se analize i razlike dobivenih koordinata svih metoda u odnosu na metodu presjeka vanjskih orijentiranih pravaca.

Ključni čimbenik koji uvelike utječe na vrijednosti koje će koordinate u postupku obrade poprimiti su atmosferski uvjeti na terenu. Na dan provođenja geodetske izmjere temperatura zraka iznosila je 28°C, vrijeme je bilo sunčano uz povremenu naoblaku, a vjetar je u intervalima bio zamjetnijeg intenziteta.

6.1. Statističke mjere

U sklopu analize dobivenih podataka, izračunat će se minimalne, maksimalne i prosječne vrijednosti odstupanja svih metoda, kao i standardno odstupanje te srednji kvadratni korijen. Minimalna i maksimalna vrijednost predstavljaju najveću odnosno najmanju vrijednost skupa podataka, a u ovom slučaju to je skup vrijednosti odstupanja podataka. Prosječna vrijednost skupa podataka dobije se pomoću aritmetičke sredine.

6.1.1. Standardno odstupanje

Uzimanjem uzorka iz osnovnog statističkog skupa, procjenjuju se osnovni parametri skupa. U osnovne parametre skupa ubraja se aritmetička sredina (\bar{x}) koja predstavlja najbolju nepristranu procjenu očekivane vrijednosti slučajne varijable X te varijanca (s^2) i (empirijsko) standardno odstupanje (s) koje opisuje raspršenost rezultata i izražava se formulom (70) (Benčić i Novaković 2005):

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (70)$$

gdje je x_i rezultat i -tog mjerenja, a \bar{x} aritmetička sredina n razmatranih rezultata.

S obzirom da je pronalaženje razlike između svakog pojedinog rezultata i aritmetičke sredine dugotrajan proces, standardna devijacija može se izračunati preoblikovanjem izraza (70) u izraz (71) (URL 10):

$$s = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n-1}}. \quad (71)$$

6.1.2. Srednji kvadratni korijen

Srednji kvadratni korijen (*engl. Root Mean Square – RMS*) predstavlja kvadratni korijen aritmetičke sredine kvadrata vrijednosti razmatranog skupa. Srednje kvadratno odstupanje definiira mjeru nesavršenosti uklapanja u nizu podataka. RMS vrijednost se može izraziti formulom (72) (URL 11):

$$x_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{n}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)}, \quad (72)$$

gdje je $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ razmatrani skup vrijednosti podataka, a n broj članova skupa.

Premda su RMS i standardno odstupanje vrlo slične veličine, između njih postoji značajna razlika. RMS se odnosi na mjerenje udaljenosti između mjerenih vrijednosti i „bezpogrešne“ vrijednosti, a standardno odstupanje predstavlja mjeru širenja podataka oko srednje vrijednosti. Sukladno tome, vrijedi odnos:

$$x_{RMS}^2 = \bar{x}^2 + s^2 = \overline{x^2}, \quad (73)$$

gdje je:

- \bar{x} – aritmetička sredina i
- s – standardno odstupanje.

Iz izraza (73) proizlazi kako je vrijednost RMS-a uvijek veća ili jednaka vrijednosti standardnog odstupanja (URL 11).

6.2. Usporedba koordinata dobivenih presjekom vanjskih pravaca i polarnom metodom

U tablici 6.1. prikazane su razlike u dobivenim koordinatama točaka označenih kolcima R_n (n = 1,2,...,12).

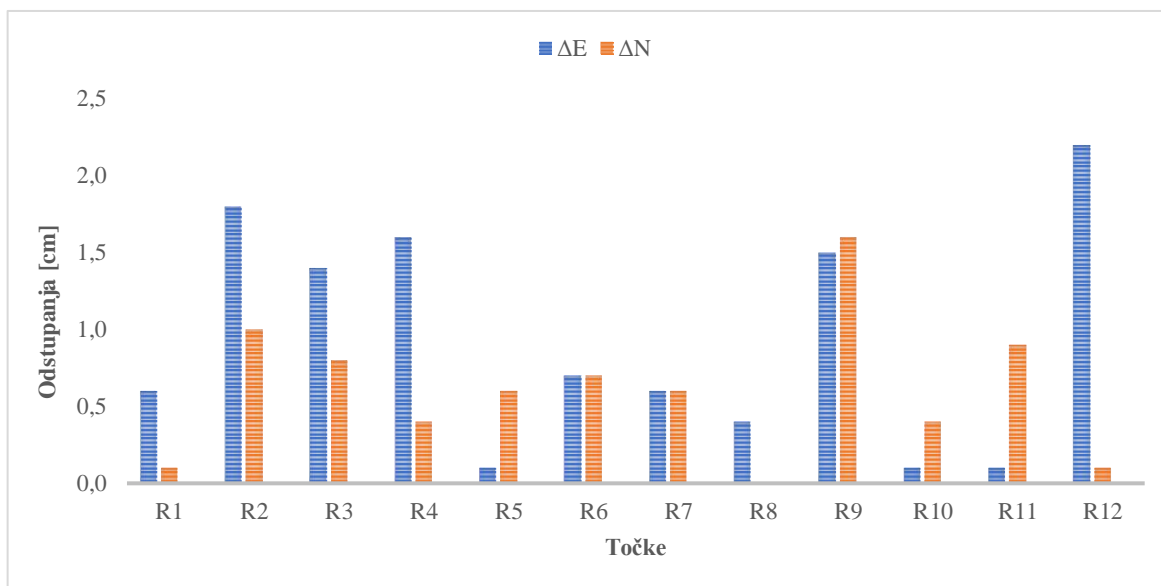
Može se uočiti kako su razlike po E (*engl. East*)-osi većeg iznosa nego što su po N (*engl. North*)-osi. Najveća odstupanja po E osi su kod točaka R2, R3, R4 i R12, a poprimaju vrijednosti u intervalu od 1,4 cm do 2,2 cm. Na ostalim točkama razlika koordinata na E osi je ispod 1,0 cm, odnosno na milimetarskoj razini. S druge strane, razlike po N-osi između metode presjeka vanjskih pravaca i polarne metode nešto su manjeg iznosa i zahvaćaju manje točaka nego E-os, a najveće su na točkama R2 i R9 (1,0 cm odnosno 1,6 cm). Na ostalim točkama koordinatna razlika N-koordinata je manja od 1,0 cm.

Može se reći kako na dobivene rezultate svakako utječe stanje atmosfere za vrijeme obavljanja geodetske izmjere, ljudski faktor (mjeriteljevo znanje i iskustvo) te instrumentarij s kojim se provode geodetska mjerenja. Iznosi odstupanja su u očekivanim intervalima i zbog činjenice da je za izmjeru metodom presjeka vanjskih pravaca korištena stanica Leica TC2003, dok je za izmjeru polarnom metodom korištena mjerna stanica Cygnus 2LS.

Tablica 6.1. Razlika koordinata točaka dobivenih presjekom vanjskih pravaca i polarnom metodom.

Točka	ΔE [cm]	ΔN [cm]
R1	0,6	0,1
R2	1,8	1,0
R3	1,4	0,8
R4	1,6	0,4
R5	0,1	0,6
R6	0,7	0,7
R7	0,6	0,6
R8	0,4	0,0
R9	1,5	1,6
R10	0,1	0,4
R11	0,1	0,9
R12	2,2	0,1

Za grafički prikaz odabran je grupirani stupčasti grafikon (slika 6.1.) na kojemu su prikazana prethodno navedena odstupanja. Bitno je naglasiti da u analizama koje će se izvršiti predznak koordinatnih razlika nije prioritet razmatranja, već se naglasak stavlja na apsolutnu vrijednost iznosa odstupanja.



Slika 6.1. Razlike koordinata točaka dobivenih metodom presjeka vanjskih pravaca i polarnom metodom.

U tablici 6.2. prikazane su statističke mjere skupa podataka odstupanja prikupljenih metodom presjeka pravaca i polarnom metodom.

Tablica 6.2. Statističke mjere odstupanja podataka prikupljenih metodom presjeka pravaca i polarnom metodom.

Statistička mjera	ΔE [cm]	ΔN [cm]
Minimalna vrijednost	0,1	0,0
Maksimalna vrijednost	2,2	1,6
Prosječna vrijednost	0,9	0,6
Standardno odstupanje	0,7	0,5
Srednji kvadratni korijen	1,2	0,7

6.3. Usporedba koordinata dobivenih presjekom vanjskih pravaca i GNSS metodom

Razvojem GNSS tehnologije i permanentnih GNSS mreža, postalo je moguće odrediti koordinate većeg broja točaka u mnogo kraćem vremenu nego što je to bilo u prošlosti. Ipak,

razvijena napredna tehnologija, u usporedbi s tradicionalnim metodama mjerenja, i dalje ima određene nedostatke. Glavni nedostatak GNSS mjerenja je nemogućnost prijema satelitskih signala u područjima s gustom vegetacijom, visokim zgradama ili unutar tunela što zasigurno rezultira smanjenjem točnosti i pouzdanosti dobivenih rezultata (Bečirević i dr. 2012).

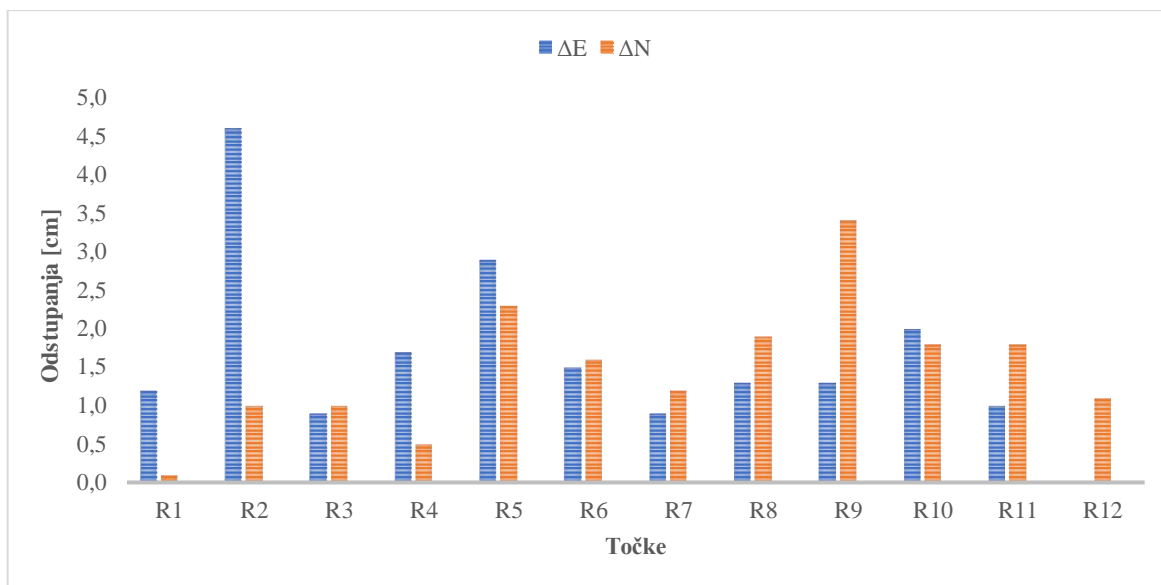
U tablici 6.3. prikazane su razlike u dobivenim koordinatama točaka označenih kolcima Rn ($n = 1, 2, \dots, 12$).

Može se uočiti kako su razlike po E-osi poprimile odstupanja u intervalu od 0,0 cm do čak 4,6 cm. Isključivo točke R3, R7 i R12 imaju odstupanja manja od 1,0 cm, dok se ostale nalaze iznad te vrijednosti. Koordinatne razlike po N-osi je karakterizira odstupanje u intervalu od 0,1 cm do 3,4 cm, dok je odstupanje veće od 1,0 cm prisutno na skoro svim točkama, izuzev dvije (R1 i R4).

Tablica 6.3. Razlika koordinata točaka dobivenih presjekom vanjskih pravaca i GNSS metodom.

Točka	ΔE [cm]	ΔN [cm]
R1	1,2	0,1
R2	4,6	1,0
R3	0,9	1,0
R4	1,7	0,5
R5	2,9	2,3
R6	1,5	1,6
R7	0,9	1,2
R8	1,3	1,9
R9	1,3	3,4
R10	2,0	1,8
R11	1,0	1,8
R12	0,0	1,1

Na slici 6.2. grafički su prikazana koordinatne razlike točaka dobivenih metodom presjeka vanjskih pravaca i GNSS metodom. Ovi podaci omogućuju vizualnu usporedbu točnosti dviju različitih metoda mjerenja te pomažu u procjeni njihove pouzdanosti u različitim uvjetima.



Slika 6.2. Razlike koordinata točaka dobivenih metodom presjeka vanjskih pravaca i GNSS metodom.

U tablici 6.4. prikazane su statističke mjere skupa podataka odstupanja prikupljenih metodom presjeka pravaca i GNSS metodom.

Tablica 6.4. Statističke mjere odstupanja podataka prikupljenih metodom presjeka pravaca i GNSS metodom.

Statistička mjera	ΔE [cm]	ΔN [cm]
Minimalna vrijednost	0,0	0,1
Maksimalna vrijednost	4,6	3,4
Prosječna vrijednost	1,6	1,5
Standardno odstupanje	1,2	0,9
Srednji kvadratni korijen	2,0	1,7

Razlike u koordinatama su u unaprijed predviđenim vrijednostima odstupanja s obzirom da prilikom GNSS izmjere nije korišten najprecizniji servis (GPPS) CROPOS-a, već VPPS kojim se može postići točnost određivanja trodimenzionalnih (3D) koordinata od 4 cm. Na GNSS mjerenja u manjoj mjeri utječu atmosferski uvjeti na terenu poput vjetra i temperature, dok je broj dostupnih satelita i njihov što pogodniji raspored od veće važnosti kao i karakteristike terena (bujna vegetacija, blizina zgrada koji reflektiraju pristigle satelitske signale i sl.).

6.4. Usporedba koordinata dobivenih presjekom vanjskih pravaca i metodom slobodnog stajališta uz orijentaciju na točke mikromreže

Razlika u koordinatama točaka označenih kolcima R_n ($n = 1, 2, \dots, 12$) dobivenih metodom presjeka vanjskih pravaca i metodom slobodnog stajališta uz orijentaciju na točke mikromreže prikazana je u tablici 6.5.

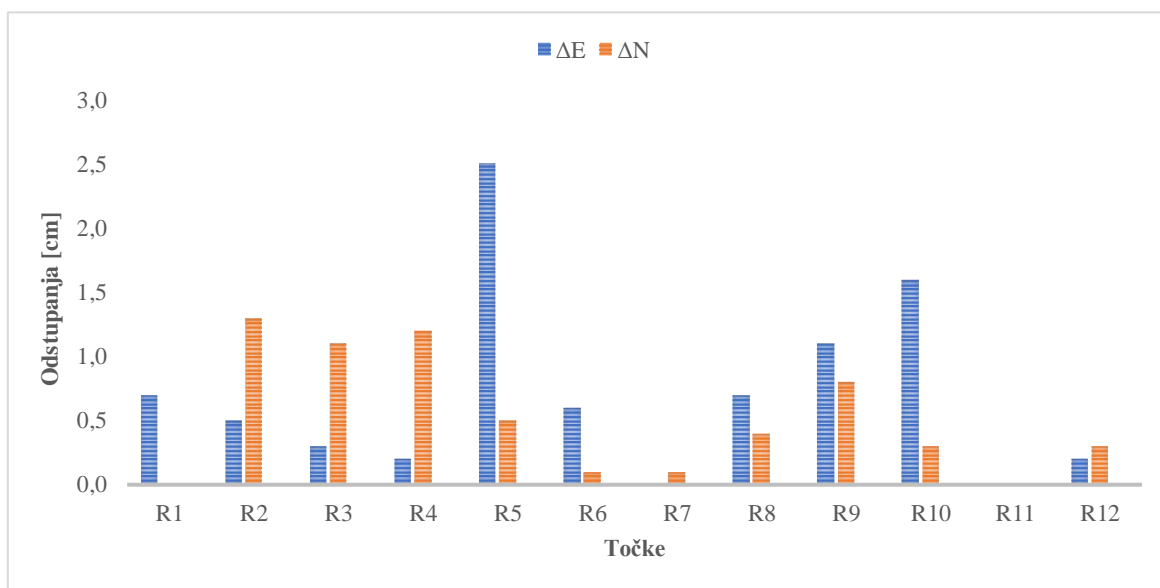
Mogu se uočiti nešto veća odstupanja po E-osi, a najveća odstupanja su kod točaka R5, R9 i R10. Interval njihovih nepodudaranja kreće se od 1,1 cm do čak 2,5 cm. Koordinate svih ostalih točaka se u odnosu na koordinate točaka dobivenih presjekom vanjskih pravaca razlikuju za iznose iz intervala od 0,0 cm do 0,7 cm. Razlike u N-koordinatama točaka su također poprimile određena odstupanja, a najveća na točkama R2, R3 i R4 sa iznosima 1,3 cm, 1,1 cm i 1,2 cm. Razlike N-koordinata svih ostalih točaka ne prelaze vrijednost od 0,8 cm.

Tablica 6.5. Koordinatne razlike točaka dobivenih metodom presjeka vanjskih pravaca i metodom slobodnog stajališta uz orijentaciju na točke mikromreže.

Točka	ΔE [cm]	ΔN [cm]
R1	0,7	0,0
R2	0,5	1,3
R3	0,3	1,1
R4	0,2	1,2
R5	2,5	0,5
R6	0,6	0,1
R7	0,0	0,1
R8	0,7	0,4
R9	1,1	0,8
R10	1,6	0,3
R11	0,0	0,0
R12	0,2	0,3

Na slici 6.3. grafički su prikazana razlikovanja koordinata točaka dobivenih metodom presjeka vanjskih pravaca i metodom slobodnog stajališta uz orijentaciju na točke mikromreže. Ova razlikovanja pružaju uvid u preciznost i pouzdanost metode u određivanju

položaja (koordinata) točaka. Njihovom analizom mogu se bolje razumjeti koliko su metode pouzdane i točne, što je ključno za daljnje unapređenje i optimizaciju geodetskih mjerenja. Vrijednosti odstupanja su poprimile očekivane iznose vodeći se činjenicom kako se izmjera metodom slobodnog stajališta vršila sa mjernom stanicom Cygnus 2LS koja ima točnost mjerenja kuta od 2" za razliku od mjerne stanice Leica TC2003 koja ima četiri puta bolju točnost mjerenja kuta od samo 0,5".



Slika 6.3. Razlike koordinata točaka dobivenih metodom presjeka vanjskih pravaca i metodom slobodnog stajališta uz orijentaciju na točke mikromreže.

Tablica 6.6. prikazuje su statističke mjere skupa podataka odstupanja prikupljenih metodom presjeka pravaca i metodom slobodnog stajališta uz orijentaciju na točke mikromreže.

Tablica 6.6. Statističke mjere odstupanja podataka prikupljenih metodom presjeka pravaca i metodom slobodnog stajališta uz orijentaciju na točke mikromreže.

Statistička mjera	ΔE [cm]	ΔN [cm]
Minimalna vrijednost	0,0	0,0
Maksimalna vrijednost	2,5	1,3
Prosječna vrijednost	0,7	0,5
Standardno odstupanje	0,7	0,5
Srednji kvadratni korijen	1,0	0,7

6.5. Usporedba koordinata dobivenih presjekom vanjskih pravaca i metodom slobodnog stajališta uz orijentaciju na mjerne markice

Koordinatne razlike točaka označenih kolcima R_n ($n = 1, 2, \dots, 12$) dobivenih metodom presjeka vanjskih pravaca i metodom slobodnog stajališta uz orijentaciju na mjerne markice prikazana je u tablici 6.7.

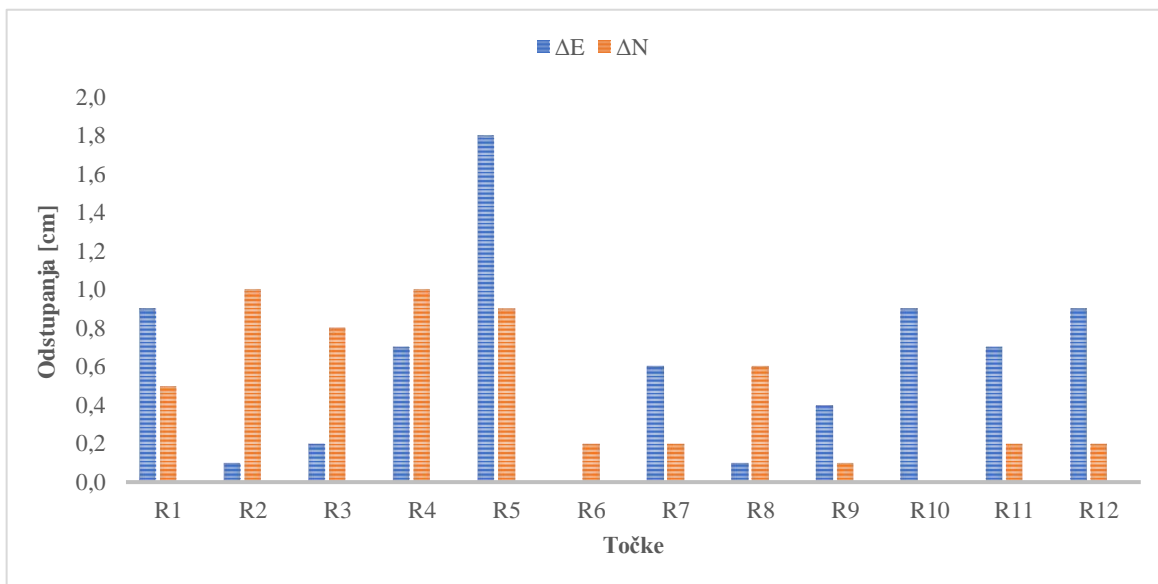
Vidljivo je kako su odstupanja E-koordinata svih opažanih točaka nalaze u rasponu od 0,0 cm do 0,9 cm izuzev jedne točke (R5) koja ima nepodudaranje u iznosu od 1,8 cm. N-koordinate svih točaka također su poprimile odstupanja malih iznosa u rasponu od 0,0 cm pa do maksimalno 1.0 cm.

Tablica 6.7. Koordinatne razlike točaka dobivenih metodom presjeka vanjskih pravaca i metodom slobodnog stajališta uz orijentaciju na mjerne markice M1 i M3.

Točka	ΔE [cm]	ΔN [cm]
R1	0,9	0,5
R2	0,1	1,0
R3	0,2	0,8
R4	0,7	1,0
R5	1,8	0,9
R6	0,0	0,2
R7	0,6	0,2
R8	0,1	0,6
R9	0,4	0,1
R10	0,9	0,0
R11	0,7	0,2
R12	0,9	0,2

Na slici 6.4. grafički su prikazane razlike koordinata točaka dobivenih metodom presjeka vanjskih pravaca i metodom slobodnog stajališta uz orijentaciju na mjerne markice. Iz dobivenih rezultata može se iščitati kako je izmjera metodom slobodnog stajališta uz orijentaciju na postavljene mjerne markice zadovoljila postavljene zahtjeve u točnosti s obzirom da su odstupanja najmanja od svih prethodno obavljenih analiza. Iako je izmjera geodetske mikromreže, kao osnove sa koje se vrše ostala mjerenja, obavljena mjernom

stanicom koja ima izrazito veliku točnost mjerenja kutova, metoda slobodnog stajališta provedena sa nešto lošijim instrumentom, a nije pokazala značajnije varijacije na više snimljenih točaka.



Slika 6.4. Razlike koordinata točaka dobivenih metodom presjeka vanjskih pravaca i metodom slobodnog stajališta uz orijentaciju na mjerne markice M1 i M3.

Tablica 6.8. prikazuje su statističke mjere skupa podataka odstupanja prikupljenih metodom presjeka pravaca i metodom slobodnog stajališta uz orijentaciju na mjerne markice.

Tablica 6.8. Statističke mjere odstupanja podataka prikupljenih metodom presjeka pravaca i metodom slobodnog stajališta uz orijentaciju na mjerne markice M1 i M3.

Statistička mjera	ΔE [cm]	ΔN [cm]
Minimalna vrijednost	0,0	0,0
Maksimalna vrijednost	1,8	1,0
Prosječna vrijednost	0,6	0,5
Standardno odstupanje	0,5	0,4
Srednji kvadratni korijen	0,8	0,6

6.6. Usporedba statističkih mjera metoda geodetske izmjere

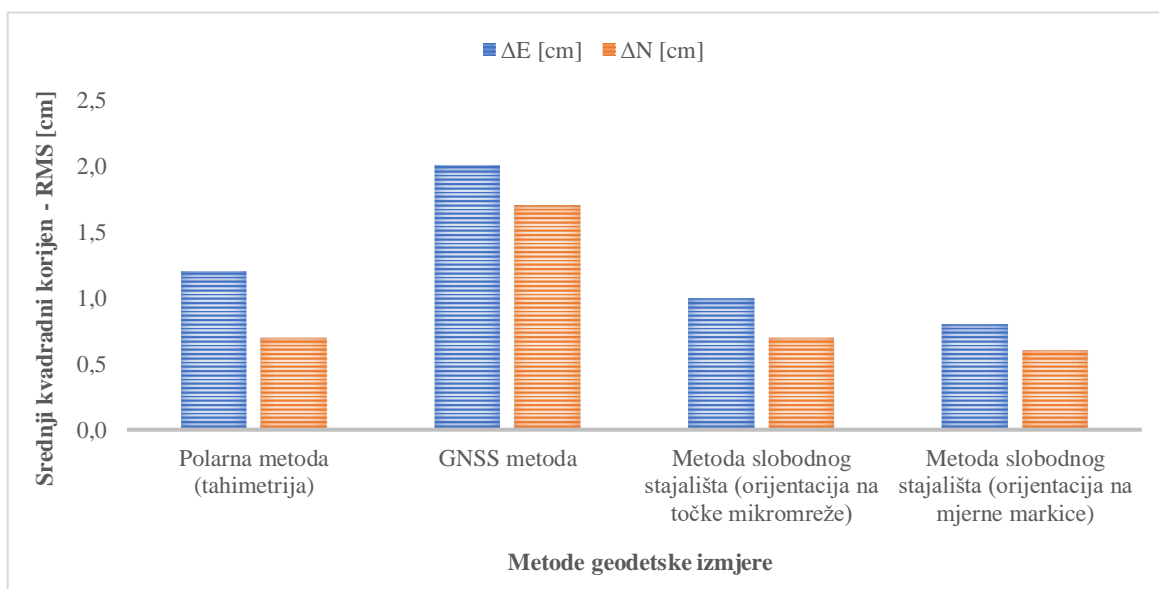
Kao glavna statistička mjera prikazat će se vrijednost srednjeg kvadratnog korijena (RMS) koja predstavlja mjeru nesavršenosti uklapanja u nizu podataka. Drugim riječima, srednji kvadratni korijen se odnosi na mjerenje udaljenosti između mjerenih vrijednosti i

„bezpgrešne“ vrijednosti. U tablici 6.9. prikazana je usporedba vrijednosti srednjeg kvadratnog korijena prema analiziranim metodama geodetske izmjere po E-osi i N-osi.

Tablica 6.9. Vrijednost srednjeg kvadratnog korijena (RMS) metoda geodetske izmjere.

Metoda geodetske izmjere	ΔE [cm]	ΔN [cm]
Polarna metoda (tahimetrija)	1,2	0,7
GNSS metoda	2,0	1,7
Metoda slobodnog stajališta uz orijentaciju na točke mikromreže	1,0	0,7
Metoda slobodnog stajališta uz orijentaciju na mjerne markice	0,8	0,6

Na slici 6.5. prikazane su vrijednosti srednjeg kvadratnog korijena metoda geodetske izmjere. Iz podataka je vidljivo kako je metoda slobodnog stajališta poprimila najmanju vrijednost mjere nesavršenosti uklapanja sa odstupanjima do maksimalnih 1,0 cm dok je GNSS metoda poprimila znatno veće vrijednosti (2,0 cm po E-osi i 1,7 cm po N-osi).



Slika 6.5. Prikaz vrijednosti srednjeg kvadratnog korijena (RMS) metoda geodetske izmjere.

7. ZAKLJUČAK

Različite metode određivanja koordinata geodetskih točaka, iako raznolike u pristupu i tehnologiji, dijele zajednički cilj – postizanje maksimalne točnosti i pouzdanosti u postupku mjerenja. GNSS metoda, s karakteristikom globalne pokrivenosti i izuzetne točnosti, omogućava geodetskim stručnjacima da brzo i učinkovito prikupe podatke na bilo kojem mjestu na Zemlji ili u njezinoj neposrednoj blizini. S druge strane, tradicionalne metode poput presjeka pravaca, metode slobodnog stajališta i polarne metode i dalje imaju ključnu ulogu u situacijama gdje je potrebna visoka lokalna preciznost. Metoda presjeka pravaca najtočnija je metoda kojom se mogu dobiti koordinate točaka jer se zasniva isključivo na opažanju horizontalnih pravaca odnosno veličina koje se u geodeziji mogu najtočnije izmjeriti. Sukladno tome, sva odstupanja izračunata su u odnosu na podatke dobivene metodom presjeka pravaca. Glavna razmatrana statistička mjera je srednji kvadratni korijen koji predstavlja kvadratni korijen aritmetičke sredine kvadrata vrijednosti razmatranog skupa. Provedena analiza pokazala je najveći iznos mjere nesavršenosti GNSS metode u iznosima od 2,0 cm po E-osi te 1,7 cm po N-osi. Tradicionalne metode su pokazale, očekivano, odstupanja manjih iznosa. Izmjera polarnom metodom pokazala je mjeru nesavršenosti od 1,2 cm po E-osi te 0,7 cm po N-osi. Metoda slobodnog stajališta analizirana je prema dva slučaja. Prvi slučaj je uključivao orijentaciju na točke mikromreže te je pokazao odstupanja od 1,0 cm po E-osi i 0,7 cm po N-osi. Drugi slučaj uključivao je orijentacije na mjerne markice. Mjerne markice uključene su u analizu zbog činjenice da, nerijetko, terenski uvjeti ne omogućuju uspostavu točaka na tradicionalan način (bolcna, kolac i sl.) na tlu. Izračuni temeljeni na orijentacijama prema mjernim markicama pokazali su odstupanja u iznosima 0,8 cm po E-osi i 0,6 cm po N-osi. Statistički podaci su pokazali da orijentacija na mjerne markice primjenom metode slobodnog stajališta također može dati zadovoljavajuće podatke u smislu točnosti. S obzirom da su mjerenja polarnom metodom i metodom slobodnog stajališta obavljena geodetskom mjernom stanicom manje točnosti mjerenja kutova i duljina, za razliku od mjerne stanice pomoću koje je snimljena mikromreža, dobiveni rezultati nisu pokazali značajnija odstupanja.

LITERATURA

- Baraba, S. (2023): Kontrola položaja i visina geodetskih točaka unutar pružnog pojasa, *Željeznice 21, 22* (1), 19-23.
- Barković, Đ., Zrinjski, M. (2020): Terenska mjerenja, udžbenici Sveučilišta u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb.
- Bečirević, D., Luketić, A., Maganić, J. (2012): Integracija mjernih sustava, napredno kodiranje i atributiranje uz sinkronizaciju terena i ureda, *Ekscentar*, br. 15, pp. 76-80.
- Benčić, D., Novaković, G. (2005): Značenje i usporedbena analiza pojmova srednja pogreška i standardno odstupanje, *Geodetski list*, 59(1), 31-44.
- Benčić, D., Solarić, N. (2008): Mjerni instrumenti i sustavi u geodeziji i geoinformatici, sveučilišni udžbenik, Sveučilište u Zagrebu, Školska knjiga, Zagreb.
- Berdajs, A., Ulbl, M. (2010): Inženirska geodezija, Konzorcij višjih strokovnih šol za, Ljubljana.
- Beshr, A. A. E.-W. (2015): Structural Deformation Monitoring and Analysis of Highway Bridge Using Accurate Geodetic Techniques, *Engineering*, 7, 488–498
- Bilajbegović, A., Hofmann-Wellenhof, B., Lichteneger, H. (1991): Osnovni geodetski radovi, suvremene metode, GPS, Tehnička knjiga, Zagreb.
- Bird, B. (2009): Analysis of survey point displacements using total station measurements, British Columbia Institute of Technology.
- Bosanac, S. D. (2023): Svemirski prostor i satelitske orbite/Osnove astronautike, priručnik, Tehnička škola Sisak.
- Budimir, I., Grgić, I., Šljivarić, M. (2016): Komparativna analiza nekoliko postojećih GNSS sustava, *Naučna revija*, 1(1), 89-105.
- Đukanović, T., Tucikešić, S., Božić, B., Milinković, A., Radovan, Đ. (2024): Geodetic deformation monitoring using the GNSS method of the međeđa earthen dam, Kolašin, Crna Gora.

- Gradišer, L., Domiter, D. (2016): Hibridni sustavi pozicioniranja u kombinaciji s dubinomjerom, Zbornik radova Međimurskog veleučilišta u Čakovcu, 7 (2), 29-35.
- Kapetanović, N., Topoljak, J., Mulahusić, A., Selmani, R. (2015): Prilog ispitivanju korištenja instrumentarija različitih tehničkih izvedbi pri uspostavljanju nivelmanskih mreža posebnih namjena u inženjerskoj geodeziji, Geodetic Courier/Geodetski Glasnik, (49).
- Kapović, Z. (2010): Geodezija u niskogradnji, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Kos, T., Grgić, M., Krile, S. (2004): Hiperbolni i satelitski sustavi za navigaciju, pregledni članak, ISSN 0469-6255 (189-199).
- Kogoj, D., Stopar, B. (2002): Geodetska izmera, Gradivo za strokovne izpite, Inženirska zbornica Slovenije, Matična sekcija geodetov, Ljubljana.
- Marjanović, M. (2010): CROPOS hrvatski pozicijski sustav, Ekscentar, (12), 28-34.
- Marshall, A. (2008): Analysis of free station errors, Survey Quarterly, (53), 5-7.
- Mill, T., Ellmann, A., Kiisa, M., Idnurm, J., Idnurm, S., Horemuz, M., Aavik, A. (2015): Geodetic Monitoring of Bridge Deformations Occurring During Static Load Testing, The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering, 10, 1, 17–27.
- Nero, M. A., Alves, J. L. F. G., da Silva, D. J. N., Gonçalves, M. D. L. A. M., Elmira, M. A. T. (2023): Teaching methodology for topography: didactic proposal for the free station survey method, Sveučilište za poljoprivredne znanosti i veterinarsku medicinu u Cluj-Napoca, Rumunjska.
- Novaković, G. (2006): Geodetske mreže posebnih namjena, skripta, Geodetski fakultet, Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb
- Rožić, N. (2007): Računska obrada geodetskih mjerenja, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Shults, R., Roshchyn, O. (2016): Preliminary determination of spatial geodetic monitoring accuracy for free station method, Geodetski list, 70 (4), 355-370.

Stopar, B., Koler, B., Kuhar, M. (2013): Osnovni geodetski sistem, Inženirska zbornica Slovenije, Ljubljana.

Vidonis, N., Vukašinović, H., Žugčič, M. (2014): StarFire SBAS-uspostava, korišćenje, performanse, perspektive. Ekscentar, (17), 71-76.

Zrinjski, M., Barković, Đ., Matika, K. (2019): Razvoj i modernizacija GNSS-a, Geodetski list, 73 (1), 45-65.

Mrežne adrese

URL 1: SpaceNews,

<https://spacenews.com/modern-civilization-would-be-lost-without-gps>, (18.5.2024.).

URL 2: GPS za početnike,

https://www.kartografija.hr/old_hkd/obrazovanje/prirucnici/gpspoc/gpspoc.htm#1,
(19.5.2024.).

URL 3: CROPOS,

<https://www.cropos.hr/o-sustavu/cropos-drzavna-mreza-referentnih-stanica-republike-hrvatske>, (19.5.2024.).

URL 4: Google karte,

<https://www.google.hr/maps>, (30.5.2024.).

URL 5: Leica TC2003,

<https://zbirka.fgg.uni-lj.si/en/instrument/94>, (12.6.2024.).

URL 6: Cygnus 2LS,

<https://eu.sokkia.com/sokkia-care-products/cygnus-reflectorless-total-station-2ls-group>, (13.6.2024.).

URL 7: HiPer SR Brochure,

https://geocentar.com/wp-content/uploads/2014/01/HiPer_SR_Brochure_A_TEAM_HR_EU_Low.pdf, (13.6.2024.).

URL 8: Leica pribor,

<https://shop.leica-geosystems.com/survey/survey-accessories>, (13.6.2024.).

URL 9: Hrvatski jezični portal,

<https://croatian.en-academic.com/53687>, (15.6.2024.).

URL 10: Hrvatska enciklopedija,

<https://www.enciklopedija.hr/clanak/standardna-devijacija>, (18.6.2024.).

URL 11: Root mean square – encyclopedia,

<https://encyclopedia.thefreedictionary.com/Root+mean+square>, (18.6.2024.).

POPIS SLIKA

SLIKA 2.1. ORBITE SATELITA GNSS SUSTAVA (URL 1).	4
SLIKA 2.2. OSNOVNI PRINCIP SATELITSKOG POZICIONIRANJA (BILAJBEGOVIĆ I DR. 1991).	7
SLIKA 2.3. PRINCIP RADA CROPOS SUSTAVA (URL 3).....	8
SLIKA 2.4. RASPORED REFERENTNIH GNSS STANICA CROPOS SUSTAVA (URL 3).	9
SLIKA 2.5. TRIGONOMETRIJSKI NAČIN PRESJEKA VANJSKIH PRAVACA (BARKOVIĆ I ZRINJSKI 2020).....	12
SLIKA 2.6. SNELLIUS-POTHENOTOVA METODA (BARKOVIĆ I ZRINJSKI 2020).	15
SLIKA 2.7. POLARNA METODA IZMJERE (BERDAJS I ULBL 2010).....	19
SLIKA 2.8. METODA SLOBODNOG STAJALIŠTA.	22
SLIKA 4.1. PODRUČJE IZMJERE (URL 4).....	26
SLIKA 4.2. GEODETSKA MJERNA STANICA LEICA TC2003 (URL 5).....	27
SLIKA 4.3. GEODETSKA MJERNA STANICA CYGNUS 2LS (URL 6).....	28
SLIKA 4.4. GNSS TOPCON HIPER SR (URL 7).	30
SLIKA 4.5. STATIV LEICA GTS20 I PODNOŽNA PLOČA LEICA GDF3222 (URL 8).....	31
SLIKA 4.6. ADAPTER LEICA GRT144 I PRIZMA LEICA GPH1 (URL 8).	32
SLIKA 4.7. MJERNE MARKICE LEICA GZM30 (URL 8).	32
SLIKA 4.8. PRIKAZ TOČAKA GEODETSKE MIKROMREŽE SA PREKLOPOM DIGITALNOG ORTOFOTO-A (DOF).....	33
SLIKA 4.9. MJERNA MARKICA NA RASVJETNOM STUPU.	33
SLIKA 4.10. GEODETSKA MJERNA STANICA POSTAVLJENA NA TOČKI GEODETSKE MIKROMREŽE.	34
SLIKA 4.11. POSTAVLJENA GEODETSKA MJERNA STANICA ZA IZMJERU METODOM SLOBODNOG STAJALIŠTA.	36
SLIKA 6.1. RAZLIKE KOORDINATA TOČAKA DOBIVENIH METODOM PRESJEKA VANJSKIH PRAVACA I POLARNOM METODOM.	46
SLIKA 6.2. RAZLIKE KOORDINATA TOČAKA DOBIVENIH METODOM PRESJEKA VANJSKIH PRAVACA I GNSS METODOM.	48
SLIKA 6.3. RAZLIKE KOORDINATA TOČAKA DOBIVENIH METODOM PRESJEKA VANJSKIH PRAVACA I METODOM SLOBODNOG STAJALIŠTA UZ ORIJENTACIJU NA TOČKE MIKROMREŽE.	50

SLIKA 6.4. RAZLIKE KOORDINATA TOČAKA DOBIVENIH METODOM PRESJEKA VANJSKIH
PRAVACA I METODOM SLOBODNOG STAJALIŠTA UZ ORIJENTACIJU NA MJERNE
MARKICE M1 I M3. 52

SLIKA 6.5. PRIKAZ VRIJEDNOSTI SREDNJEG KVADRATNOG KORIJENA (RMS) METODA
GEODETSKE IZMJERE. 53

POPIS TABLICA

TABLICA 2.1. USLUGE CROPOS SUSTAVA (MARJANOVIĆ 2010).	10
TABLICA 4.1. TEHNIČKE SPECIFIKACIJE GEODETSKE MJERNE STANICE LEICA TC2003 (URL 5).	27
TABLICA 4.2. TEHNIČKE SPECIFIKACIJE GEODETSKE MJERNE STANICE CYGNUS 2LS (URL 6).	29
TABLICA 4.3. TEHNIČKE SPECIFIKACIJE GNSS TOPCON HIPER SR UREĐAJA (URL 7).....	30
TABLICA 5.1. PRIBLIŽNE KOORDINATE TOČAKA GEODETSKE MIKROMREŽE.....	37
TABLICA 5.2. IZJEDNAČENE KOORDINATE TOČAKA GEODETSKE MIKROMREŽE.....	38
TABLICA 5.3. IZJEDNAČENE KOORDINATE TOČAKA PRESJEKOM VANJSKIH PRAVACA.....	39
TABLICA 5.4. KOORDINATE TOČAKA DOBIVENE POLARNOM METODOM.....	40
TABLICA 5.5. KOORDINATE TOČAKA DOBIVENE GNSS METODOM.	40
TABLICA 5.6. KOORDINATE STAJALIŠNE TOČKE FS.....	41
TABLICA 5.7. KOORDINATE TOČAKA DOBIVENE METODOM SLOBODNOG STAJALIŠTA UZ ORIJENTACIJU NA TOČKE MIKROMREŽE.	42
TABLICA 5.8. KOORDINATE TOČAKA DOBIVENE METODOM SLOBODNOG STAJALIŠTA UZ ORIJENTACIJU NA MJERNE MARKICE M1 I M3.	42
TABLICA 6.1. RAZLIKA KOORDINATA TOČAKA DOBIVENIH PRESJEKOM VANJSKIH PRAVACA I POLARNOM METODOM.	45
TABLICA 6.2. STATISTIČKE MJERE ODSUPANJA PODATAKA PRIKUPLJENIH METODOM PRESJEKA PRAVACA I POLARNOM METODOM.....	46
TABLICA 6.3. RAZLIKA KOORDINATA TOČAKA DOBIVENIH PRESJEKOM VANJSKIH PRAVACA I GNSS METODOM.	47
TABLICA 6.4. STATISTIČKE MJERE ODSUPANJA PODATAKA PRIKUPLJENIH METODOM PRESJEKA PRAVACA I GNSS METODOM.	48
TABLICA 6.5. KOORDINATNE RAZLIKE TOČAKA DOBIVENIH METODOM PRESJEKA VANJSKIH PRAVACA I METODOM SLOBODNOG STAJALIŠTA UZ ORIJENTACIJU NA TOČKE MIKROMREŽE.....	49
TABLICA 6.6. STATISTIČKE MJERE ODSUPANJA PODATAKA PRIKUPLJENIH METODOM PRESJEKA PRAVACA I METODOM SLOBODNOG STAJALIŠTA UZ ORIJENTACIJU NA TOČKE MIKROMREŽE.	50

TABLICA 6.7. KOORDINATNE RAZLIKE TOČAKA DOBIVENIH METODOM PRESJEKA VANJSKIH PRAVACA I METODOM SLOBODNOG STAJALIŠTA UZ ORIJENTACIJU NA MJERNE MARKICE M1 I M3.....	51
TABLICA 6.8. STATISTIČKE MJERE ODSUPANJA PODATAKA PRIKUPLJENIH METODOM PRESJEKA PRAVACA I METODOM SLOBODNOG STAJALIŠTA UZ ORIJENTACIJU NA MJERNE MARKICE M1 I M3.	52
TABLICA 6.9. VRIJEDNOST SREDNJEG KVADRATNOG KORIJENA (RMS) METODA GEODETSKE IZMJERE.	53